BHS
II K
52

BHS II K 52

60

Wagner

13 gr 4 d

Als Andenken vom k. Eisenhütten=
accessisten Simon Oberthreyer zu Kiefer.
Im Monat Juny 1809.

Bayer. ... Berg-, Hütten- und Salzwerke Aktiengesellschaft
Bibliothek
Gruppe II K
B.Nr. 52

42 d/z

Anleitung

zur

Markscheidekunst,

von

Johann Möhling,

Königl. Markscheider in Kremnitz.

Mit sieben Kupfertafeln.

Wien,

Auf Kosten des Verfassers.

1793.

BIBLIOTHEK
DER K.B. GENERAL
BERG W. U. SALINEN
ADMINISTR.

Möhlings
Mark-
scheide-
Kunst

II
K.
13.
5

öhlings
Mark-
scheider
Kunst

II
K.
13.
57

BHS
II K
52

BHS II K 52.

10

Wagner

13 gr 4 d

Als Andenken vom k. Eisenhütten=
accessisten Simon Oberkreyer zu Kiefer.
Im Monat Juny 1809.

Bayer. Berg-, Hütten- und Salzwerke Aktiengesellschaft
Bibliothek
Gruppe II K
B.Nr. 52

42 d/z

BHS II K 52

10

~~18~~

Wagner.

19 gr 4 d

Als Andenken vom k. Eisenhütten=
accessisten Simon Oberthreyer zu Kiefer.
~~im~~ Im Monat Jänner 1809.

Bayer. Berg-, Hütten- und Salzwerke Aktiengesellschaft
Bibliothek
Gruppe II K
B.Nr. 52

42 d/z

Anleitung

zur

Markscheidekunst,

von

Johann Möhling,

Königl. Markscheider in Kremnitz.

Mit sieben Kupfertafeln.

Wien,

Auf Kosten des Verfassers.

1793.

BIBLIOTHEK
DER K.B. GENERAL BERGW. U. SALINEN ADMINISTR.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Pränumeranten = Verzeichniß.

Wien.

	Exempl.
Die hochlöbl. k. k. Hofkammer in Münz= und Bergwesen.	200
Herr Joh. Adalbert Prevenhuber, Berg= und Hütenverwalter zu Reichenau hinterm Schneeberg.	4
Se. Excellenz, Herr Ferdinand Graf v. Palfy.	1
Herr Vinzent Petke, Landschaftsapotheker in Brünn.	1
— Ignatz v. Mehofer, k. k. Normalschuldirektor in Brünn.	1
— N. Bergverwalter zu Jaworeck in Mähren	1
— Karl Rudzinsky, fürstl. Lichtensteinischer Architekt.	2
— Isidor Philipp Urbani.	2
— Karl Freyherr v. Meidinger, k. k. N. Oe. Landrechtssekretär.	1
— Martin Sedelmayer.	1
Die Christ. Fried. Wapplerische Buchhandlung.	12

Prag.

Herr Ignatz Möhling, k. k. Gubernialbuchhalter im Bergwesen.	30

 Jos=

Joachimsthal.

Exempl.

Herr Joseph Möhling, k. k. Direktor der Amalgamation. 10

Schemnitz.

Herr Johann Prybila, der löbl. Alt Antonistollner Gewerkschaft Bergverwalter. 7
— Johann v. Obereigner, k. k. Probierers Adjunkt. 1
— Aloys Sigmund, k. k. Schichtmeister. 1
— Johann Mater, k. k. Schichtmeister. 1
— Joh. Nep. Richter, detto. 1
— Joseph Sailer, k. k. Markscheiders Adjunkt. 1
— Johann v. Adda Bergwesens Praktikant. 1
— Johann Selner, detto. 1
— Christoph Pitthäuser, detto. 1
— Theodor Emanuel v. Passel, detto. 1
— Norbert Rombaldi v. Hohenfels, Forstwesens Praktikant. 1
— Johann Jessensky, Kratzenfüller. 1
— Ritter Joseph v. Kronenfels, k. Berggerichts-Beysitzer. 1
— N. v. Reichetzer, Kanzelist. 1
— Peter Maria v. Berks. 1
— Anton v. Lerchenthal, k. Zeichnungsmeister. 1

	Exempl.
Herr Joseph Chenaud, k. Kunstoffizier.	11
— N. Freyherr v. Tschudi, Bergwesens Praktikant.	1
— Joseph Sgargeth, detto.	1
— Anton Sculteti, k. Pochwerks Inspektor.	1
— Ferdinand v. Damiany, k. Schichtmeister.	1
— Johann Peithner, Edler v. Lichtenfels, Bergwerks Praktikant.	1
— Anton Leithner, detto.	10
— Karl Leithner, detto.	1
— N. Müller, Bergwesens Praktikant.	1
— Joh. Ehrmann v. Falkenau, detto.	1
— Georg Tonnhaiser, detto.	1
— Joseph Ratz, detto.	1
— Anton Dohnaly, detto.	1
— Joh. Lang v. Hannstadt, detto.	1
— Anton Weingartner, detto.	1
— Heinrich v. Glanzer, detto.	1
— Aloys Mayer, detto.	1
— Joseph v. Martinez, detto.	1
— Joseph v. Schindler, detto.	1
— Joseph Nowack, detto.	1
— Johann Mehes, detto.	1
— Anton Stumpfl, detto.	1
— v. Erlach, detto.	1
— v. Erlacher, detto.	1
— Wenzel Rombaldi v. Hohenfels, detto.	1
— Franz Koch, detto.	1

	Exempl.
Herr Andreas Fischer, Bergwerks Praktikant.	1
— Anton Rößner, detto.	1
— Paul Fiedler, detto.	1
— Johann Höring, detto.	1
— N. v. Ginther, detto.	1
— Anton Krampl, Bergwerks Praktikant.	1
— N. Fogler, detto.	1
— N. Weigert, detto.	1
— N. Adda, detto.	1
— N. Lotzky, detto.	1
— N. Hübner, detto.	1
— N. Winkler, detto.	1
— N. Rudolf, detto.	1
— N. Derer, detto.	1
— N. Rutkay, detto.	1
— N. Bernard, detto.	1
— Joseph v. Korsan, detto.	1
— Johann Tschurka, detto.	1
— Anton v. Stirm, detto.	1
— N. Nickl, detto.	1
— Joseph Gözy, detto.	1
— N. Paulus, detto.	1
— N. Dirnbach, detto.	1
— N. Wernard, detto.	1
— N. Schröfl, detto.	1
— Johann Pötsch, detto.	1
— N. Bodoky, detto.	1

Herr

Kremnitz.

	Exempl.
Herr Vinzent Ruard, k. zweeter Hüttengegenhandler.	1
— Johann August v. Fielstich, k. Verwalteramts Protokollist.	1
— Anton Turmann, Münzamts Praktikant.	1
— Johann Freiseisen, k. Hutmann.	1
— N. Hirschner, detto.	1
— N. Schmiedshausen, detto.	1
— N. Derer, detto.	1
— N. Heiß, detto.	1
— Durmer, k. Kratzenfüller.	1
— Paskal v. Damiany, k. Münzwaradein.	1
— Julius Edler v. Geramb, k. Bergschaffer.	1
— Joseph Lollok, k. Kratzenfüller.	2
— Anton Gayo, Bergwerks Praktikant.	1

Neusol.

Herr N. Pototschnig, Berwerks Praktikant.	1
— N. Korper, k. Amalgamations Beamter.	1
— N. Derer, detto.	1
— N. v. Szentivany.	1
— N. Schwarzkönig, k. Eisenhüttenverwalter in Rhonitz.	1
— Joseph Lill, k. Oberhutmann.	1

Nagybanien.

	Exempl.
Herr N. Freyherr v. Hacklberg, Bergmeister.	1
— Anton Magner, k. Markscheider.	1
— Franz Hölzl, detto.	1
— Julian Rudolf, k. Pochwerksschreiber.	1
— Vinzent Prugberger, Bergschreiber.	1
— Joseph Vischer, Bergwerks Praktikant.	1
— Johann Figuly.	1

Orawitza.

Herr N. v. Falk, k. Bergrath.	1
— N. Bruner, Hüttenmeister.	1
— N. Reymann, Markscheider.	1
— N. Gossenheimer, Einfahrer.	1
— N. Ortmayer, Expeditor.	1
— N. Maderspach, Probierer.	1

Saska.

Herr N. v. Mitis, Bergmeister.	1
— N. v. Wattrang, Hüttenmeister.	1
— N. Gerubl, Markscheider.	1
— N. Pachinger, Waldschaffer.	1
— N. Augustin, Protokollist.	1

Dog-

Dognatzka.

	Exempl.
Herr Wenzel Berner, Markscheider.	1
— N. Dietrich, Probierer.	1

Moldawa.

Herr N. Karatschay, Bergschaffer.	1
— N. Preyßer, Hüttenmeister.	1
— N. Kirchschlager, Markscheider.	1
— N. Abt, Probierer.	1
— Franzenau, Einfahrer.	1
— N. Puhl, Faktor.	1
— Anton E. v. Hofmann, Gewerk.	1
— Franz E. v. Hofmann, detto.	1

Idria.

Herr v. Passetzky, Oberhüttenverwalter.	1
— Joseph Freyherr v. Seenuß, Zeugschaffer.	1
— Leopold v. Dietrich, Unterbergverwalter.	1
— Karl Junk, Ingrossist.	1
— Anton Mrak, Markscheider.	1
— Ernest Ennhuber, Probierer.	1
— Baron del Mestri, Bergwerks Praktikant.	1

Hall.

	Exempl.
Herr v. Seeger, Gubernialsekretär.	1
— N. Müller, Waldmeister.	1
— N. v. Meex, Gubernialrath und Direktor.	1
— N. v. Walpach, Oberamtsrath.	1
— N. v. Brückner, Oberbergmeister.	1
— N. v. Brückner.	1
— N. Oberhauser.	1
— N. Holzhammer, Oberschaffer.	1
— N. Holzhammer, Bergoffizier.	1
— N. Holzhammer, Bergpraktikant.	1
— N. Würtenberger, detto.	1
— N. Straub, Raitoffizier.	1
— Johann Sybold, k. Pfannhaus Adjunkt.	1
— Ignatz Lindner.	3

Vorbericht.

Es ist nöthig, die Frage zu beantworten, warum ich die ohnehin große Anzahl von Markscheidebüchern noch mit meiner Ausgabe vermehre?

Die bis itzt erschienene Markscheidebücher haben meist ihrem Endzwecke zu wenig entsprochen.

Einige dieser Bücher sind zu alt, und sowohl die darin beschriebenen Werkzeuge, als die Arten der damit vorzunehmenden Auflösungen sind heute nicht mehr so ganz im Gange; auch handlen sie von dieser Kunst meist unvollständig und nur handwerksmäßig.

Die neuern Verfasser solcher Bücher haben aber, vermuthlich aus Eifer für die Kunst, welche bisher so oft herabgewürdiget ward, ihren Vortrag fast durchgängig an zu weit herge-

hohlte Sätze und mühsam erhaltene Formen gebunden, und diesen selbst solchen Lesern, welche doch einige Begriffe von den mathematischen Wissenschaften besitzen, schwer, Fremdlingen in denselben aber ganz unverständlich gemacht.

Es braucht keinen Beweis, daß es gut wäre, wenn jeder unmittelbare Grubenbeamte, ja selbst die Hutleute oder Steiger und dergleichen Grubenaufseher die gehörigen Begriffe von dem Markscheidewesen besäßen, theils, um wenigstens kleinere und alltägliche Aufgaben aufzulösen, ohne immer einen ordentlichen Markscheider hierzu nöthig zu haben, hauptsächlich aber, um eine Grubenkarte ihrem Endzwecke gemäß gebrauchen zu können.

Es gibt nicht viele Grubenbeamte, welche so viele Vorbereitungskenntnisse besitzen, daß sie im Stande wären, unsere heutigen Markscheidebücher zu verstehen; von den untern Grubendienern aber wird man kaum einen einzigen finden.

Dieses gab mir Anlas, eine Abhandlung von dem Markscheidewesen zu verfassen, welche

gegen

gegen die schon vorhandenen gar wenig Vorbereitung nöthig hat, um verstanden zu werden.

Und selbst diese Vorbereitung findet man bey diesem Werke, um es für jeden in diesem Fache vollkommenen Neuling brauchbar zu machen.

Es wird vorausgesetzt, daß jeder Grubenaufseher wenigstens die ersten fünf Rechnungsarten inne habe; hingegen ist manchem die Art, mit Brüchen zu rechnen, die Regel von den Verhältnissen und die Art, die Wurzeln der Quadrate zu finden, unbekannt.

Ich habe also die ersten Rechnungsarten, ihre Erklärungen ausgenommen, ganz übergangen, das übrige aber so verständlich vorzutragen getrachtet, als es ohne viele Voraussetzungen möglich war, welches sonst eine systematische Lehrart foderte.

Eben so habe ich mich bey der Meßkunst genau auf dasjenige eingeschränkt, was unumgänglich nöthig ist, dieses Werk bis an das Ende verständlich zu erhalten.

Deßwegen hoffe ich, werde man von diesem Werke nicht verlangen, daß alles ganz so pünktlich

lich nach der mathematischen Lehrart abgehandelt seyn solle, ohne den durch einiges Nachdenken erhaltenen Beyfall der Vernunft als hinreichenden Beweis anzunehmen, wenn es nicht durch regelmäßig abgezogene Folgerungen aus den ersten Urgrundsätzen als wirklich wahr ausdrücklich herdemonstriret worden.

Meine Abhandlung sollte kurz und jedem, der blos im Markscheidewesen Begriffe zu erlangen wünschet, verständlich und nützlich werden.

Kremnitz, am 1 März 1793.

In=

Inhalt.

Seite

Anfangsgründe der Rechenkunst. 1

Von den Brüchen. 4

Von den Verhältnissen. 30

Gründe der Meßkunst. 43

Anhang. Von der angewendeten Meßkunst. 78

Gründe der Trigonometrie. 86

Anleitung zur Markscheidekunst. 107

Von den Eigenschaften des Magnets. 124

Beschreibung des Meßtisches und der Art, damit zu arbeiten. 150

Beschreibung der sogenannten Diopteren. 151

Be=

Seite

Beschreibung des Verfahrens mit dem Meßtische. 152

Beschreibung des Winkelmessers (Astrolabium). 153

Beschreibung der Eisenscheibe. 155

Beschreibung einer Wasserwaage. 158

Anhang. Von den Eigenschaften einer gut eingerichteten Markscheiderey. 162

An-

Anfangsgründe der Rechenkunst.

Erste Erklärung

§. 1.

Die Rechenkunst (Arithmetica) ist eine Wissenschaft der Zahlen.

Zwote Erklärung.

Eine Zahl ist eine Sammlung von Einheiten.

Anmerkung.

Je mehr Einheiten also eine Zahl in sich fasset, desto grösser ist sie, und so umgekehret.

Dritte Erklärung.

§. 2. *Zusammenzählen*, oder *Vereinigen* (Additio) heißt: zwo oder mehrere Zahlen in eine einzige bringen, welche den einzelnen zusammengenommen gleich ist.

Diese Zahl heißt man die Summe der einzelnen.

Das Zeichen (+) bedeutet eine vorzunehmende Vereinigung zwoer oder mehrerer Zahlen, und man braucht hier-

bey den Ausdruck: Mehr, Und oder Plus; so will 3+8 sagen 3 und 8.

Vierte Erklärung.

§. 3. Abziehen heißt: eine kleinere Zahl von einer größern nehmen, oder den Unterschied zwoer Zahlen suchen. (Subtractio).

Was nach einer solchen Arbeit übrig bleibt, ist der Rest oder Unterschied. Das Zeichen des Abziehens ist (—) und heißt Ohne oder Weniger (Minus).

Fünfte Erklärung.

§. 4. Vermehren bedeutet: eine gegebene Zahl so oft nehmen, als in der andern gegebenen die Einheit vorhanden ist (Multiplicatio).

Die erste Zahl ist die zu vermehrende (Nummerus multiplicandus), die zwote die vermehrende (multiplicans) und das, was durch die Vermehrung herauskömmt, das Productum oder Factum.

Das Zeichen (×) zwischen zwo Zahlen gesetzet, bedeutet, daß sie durch einander vermehret werden sollen.

Sechste Erklärung.

§. 5. Theilen heißt: eine gegebene Zahl in so viele gleiche Theile theilen, wie oft in der anderen Zahl die Einheit vorhanden ist; oder es heißt: suchen, wie oft die eine Zahl in der anderen enthalten sey (Divisio).

Die

Die Zahl, welche getheilet werden soll, nennt man den Dividendus, jene aber, durch welche getheilet werden soll, den Divisor, endlich jene, welche die Zahl der geschehenen Theilungen oder das Verhältniß der gegebenen Zahlen andeutet, den Quotus.

Das Zeichen einer vorzunehmenden Theilung ist ein ebensöhliger Strich zwischen dem Divisor und Dividendus, so, daß dieser über, jener aber unter dem Striche zu stehen kömmt.

Anmerkung.

Wenn man eine vorzunehmende Rechnung blos durch die betreffenden Zeichen andeutet, und sie hierdurch für geschehen annimmt, so kann man sich statt der Zahlenzeichen anderer willkührlicher, z. B. der gewöhnlichen Buchstaben bedienen, worunter man gewisse Zeichen versteht, oder welche blos als Größen von unbestimmtem Werthe oder Eigenschaft, wenigstens so lang betrachtet werden, bis man von der hierdurch erhaltenen endlichen Rechnungsform einen in Zahlen bestimmten Gebrauch machen will. Diese Rechnungsart nennt man die **Buchstabenrechenkunst**. (Algebra).

Gegenwärtige Anmerkung und die angehängte Erklärung steht darum hier, weil besonders die folgenden Rechnungsarten durch einige algebraische Vorstellungen erläutert werden.

Man bedienet sich der vorhin gedachten Zeichen in der Algebra auf folgende Art:

$a + b$ heißt: a und b zusammengenommen.

$a - b$ saget: b von a genommen, oder a weniger (Minus) b.

$a \times b$ heißt a vermehrt durch b. Eben diese Bedeutung geben zween unmittelbar aneinander hängende Buchstaben. Z. B. ab.

Endlich $\frac{a}{b}$ bedeutet, daß a durch b getheilet werden solle.

Nachricht.

Jetzt erklärte vier Rechnungsarten mit ganzen Zahlen werden hier der Kürze wegen mit Bedacht übergangen, weil man voraussetzet, daß alle jene, denen diese Abhandlung zum Gebrauche dienen soll, die nöthigen Begriffe davon bereits besitzen.

Von den Brüchen.

Siebente Erklärung.

§. 6. Einen oder mehrere Theile eines Ganzen nennet man einen **Bruch**.

Achte Erklärung.

Hat ein Bruch weniger Theile, als nöthig sind, ein Ganzes zu bilden; so ist er ächt oder **wahr**; hat er aber gerade so viel oder mehr Theile, als zur Darstellung eines Ganzen nöthig sind; so ist er **unächt** oder **falsch**.

Neunte Erklärung.

Jene Zahl, welche anzeiget, in wie viele Theile ein Ganzes getheilet worden, heißt der Nenner (Denominator), die Zahl aber, welche zeiget, wie viel solcher Theile von dem Ganzen genommen werden, heißt der Zähler (Numerator); diesen schreibt man bey Anzeigung eines Bruches über, jenen aber unter einen söhligen Strich.

Erste Folgerung.

In einem ächten Bruche muß also der Zähler kleiner seyn, als der Nenner. Im Gegentheile ist der Bruch falsch, und wenn Zähler und Nenner gleich sind, so hat man ein Ganzes.

Zwote Folgerung.

Je öfter der Zähler im Nenner enthalten ist, desto kleiner ist der Bruch, und dieses Verhältniß allein bestimmt den Werth der Brüche.

Dritte Folgerung.

Sind daher in zween Brüchen die Zähler in gleichem Verhältnisse mit ihren Nennern, nämlich wenn jeder gleich oft in seinem Nenner enthalten ist; so sind die Brüche einander gleich.

Erste Anmerkung.

Es scheint mir überflüßig, den Verstand der Worte: Gleich und Aehnlichkeit zu erklären, da jeder Sprachverständige die vollkommene Uebereinstimmung alles dessen, was man bey zween Gegenständen in Betrachtung nimmt, Gleich, die Uebereinstimmung mit Ausnahme des Maaßes aber, oder der Größe, Aehnlichkeit nennet, und also einen vollständigen Begriff von der Bedeutung dieser Worte hat.

Zwote Anmerkung.

Man kann keine Rechnungsart mit zwo oder mehrern Zahlen vornehmen, außer, sie bedeuten entweder gar nichts, als eine Menge Einheiten von unbestimmter Eigenschaft, oder die, welche eine Bewandniß gegen einander haben, seyen von einerley Art. Denn man kann z. B. 3 Kreuzer und 5 Pfund nicht vereinigen, wohl aber 3 Kr. und 5 Kr. Sind aber die Eigenschaften der Zahlen, womit man zu rechnen hat, von verschiedener Art, so müssen sie sich wenigstens unter einerley Art bringen lassen. So ist es z. B. mit Gulden und Kreuzern, mit Zentnern, Pfund und Lothen thunlich. Ich kann nämlich die Gulden zu Kreuzer machen, oder diese als Theile von jenen betrachten. Eben so kann man sich einen Zentner als hundert Pfund, jedes Pfund als zwey und dreyßig Loth, oder diese als Bruchtheile von jenem vorstellen.

Drit-

Dritte Anmerkung.

Auch mit Brüchen kann weder eine Vereinigung noch Abziehung vorgenommen werden, ausgenommen, sie haben gleiche Eigenschaften, nämlich gleiche Nenner, das ist: beyde Brüche müssen Theile ihrer Ganzen von gleicher Eintheilung seyn. Z. B. $\frac{3}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}$, u. s. w.

Erster Grundsatz.

§. 7. Jede Sache ist sich selbst gleich.

Zweyter Grundsatz.

Gleiches kann statt Gleichem genommen werden.

Dritter Grundsatz.

Wenn zwo Sachen einer dritten gleich sind, so sind sie alle unter einander gleich. *)

Vierter Grundsatz.

Wenn Gleiches zu gleichen Sachen genommen wird, so sind die Summen gleich. Wenn Gleiches von Gleichem genommen wird, so sind die Reste gleich. Gleiches mit Gleichem vermehret, gibt gleiche Produkte. Gleiches durch Gleiches getheilet, gibt gleiche Quotienten.

*) Oder wie sich die Mathematiker ausdrücken: quæ sunt eadem uni tertio, sunt & eadem inter se.

Fünfter Grundsatz.

Es gilt gleich viel, ob bey zwo miteinander zu vermehrenden Zahlen jene mit dieser, oder diese mit jener in die Berechnung kömmt.

Sechster Grundsatz.

Es ist gleich viel, ob zwoer mit einander vermehrter Zahlen Produkt durch eine dritte vermehret, oder ob eine derselben Zahlen noch vor der Vermehrung durch die dritte vermehret, und alsdann dieses Produkt erst durch jene Zahl vermehret wird, welche noch in keine Berechnung gekommen war.

Anmerkung.

Die übrigen Grundsätze dieser Art werden theils Kürze halber übergangen, theils am betreffenden Orte gelegenheitlich angeführet werden.

Erste Aufgabe.

§. 8. Zween oder mehrere Brüche, welche verschiedene Nenner haben, unter einerley Nenner zu bringen, damit man sie vereinigen, oder von einander abziehen könne.

Auflösung.

Man vermehre den Zähler eines jeden Bruches nach und nach mit allen Nennern, den eigenen ausgenommen; dann

dann eben so jeden Nenner mit allen übrigen Nennern, so erhält man einerley Nenner für alle Brüche.

Beweis.

Jeder Zähler und Nenner wird durch gleiches vermehret, nämlich durch alle übrigen Nenner; daher haben die Produkte die nämliche Bewandniß unter einander, wie die unvermehrten Zahlen, und folglich ist der Werth der Brüche nicht geändert worden.

Beyspiel.

Es sind $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ und $\frac{2}{7}$ unter einerley Nenner zu bringen. Man vermehre 2 durch 6, dieß macht 12; 12 durch 7 gibt 84. Eben so vermehre man 3 durch 6, dieß gibt 18; 18 durch 7 gibt 126 zum Nenner. $5 \times 3 =$ oder gleich 15; $15 \times 7 = 105$. Dieß ist der Zähler des zweyten Bruches. $2 \times 6 = 12$; $12 \times 3 = 36$. Dieß ist der Zähler des dritten Bruches.

Nun geben die Nenner auf was immer für eine Art durcheinander vermehret allzeit die gleichen Produkte mit 126; deßwegen lauten die drey Brüche $\frac{84.\ 105.\ 36}{126.}$ welche den vorigen Werth und einen gleichen Nenner haben.

Zwote Aufgabe.

§. 9. Ein oder mehrere Ganze in einen Bruch zu verwandlen.

Auflösung.

Man setzet unter einen söhligen Strich unter die gegebene Zahl eine Einheit, so hat man daraus einen falschen Bruch gemacht. Es wird z. B. aus 23 der falsche Bruch $\frac{23}{1}$.

Dritte Aufgabe.

§. 10. Ein oder mehrere Ganze in einen Bruch mit einem bestimmten Nenner zu verwandlen.

Auflösung.

Man stelle sich die Ganze nach voriger Aufgabe in einen Bruch verwandlet vor, wovon der Nenner eine Einheit ist. Wenn man dann den Zähler sowohl, als den Nenner mit einer gleichen Zahl, nämlich mit dem gegebenen Nenner vermehret; so erhält man einen Bruch, welcher dem gleich ist, der eine Einheit zum Nenner hatte, und dieser besitzt den verlangten Nenner.

Beyspiel.

Es werden $\frac{23}{1}$ in Drittheile verwandlet, wenn man sowohl den Zähler als den Nenner mit 3 vermehret, und dieses giebt $\frac{69}{3}$.

Vierte Aufgabe.

§. 11. Ein oder mehrere Ganze mit einem dabey stehen=

stehenden Bruche vereinen, so, daß die Ganze und der Bruch durch einen falschen Bruch ausgedrücket werden, welcher den Nenner des gegebenen Bruches hat.

Auflösung.

Wenn man die Ganze nach voriger Aufgabe in einen falschen Bruch mit dem bestimmten Nenner verwandlet hat; so wird der Zähler des anhangenden Bruches zum Zähler des neuentstandenen falschen genommen, und der Nenner des Bruches untergesetzet.

Beyspiel.

14 Ganze und $\frac{2}{5}$ geben den falschen Bruch $\frac{72}{5}$.

Fünfte Aufgabe.

§. 12. Einen Bruch, welcher mit großen Zahlen ausgedrücket ist, also durch kleinere Zahlen auszudrücken, daß sein Werth nicht geändert werde.

Auflösung.

Man trachtet, den Zähler und Nenner durch Gleiches so lange und wiederhohlt zu theilen, als möglich. Die daraus entstandene Quotienten zeigen immer einen Bruch von gleichem Werthe unter kleinerer Benennung.

Beyspiel.

$\frac{80}{100}$ geben $\frac{40}{50}$, diese $\frac{20}{25}$, diese aber mit 5 getheilet, $\frac{4}{5}$.

An-

Anmerkung.

Hier ist der Ort, einiges von der Natur der Zahlen zu bemerken. Jede gleiche oder gepaarte Zahl, als 2, 4, 6, 10, 28, u. s. w. läßt sich durch 2 vollkommen theilen. Jede Zahl, welche am rechten Ende mit einer Nulle, oder einer 5 versehen ist, kann durch 5 getheilet werden. Jede Zahl, wovon die Summe der einzelnen Zahlzeichen mit 3 vollkommen theilbar ist, läßt sich durch 3 vollkommen theilen. Eben dieses gilt auch von Zahlen, deren einzelne Zahlzeichen eine durch 9 theilbare Summe geben, da dann auch die Zahl selbst diese Theilung duldet. Z. B. 846 gibt zur Summe 18, welches durch 9 getheilet werden kann, daher läßt sich auch 846 durch 9 theilen, und gibt den Quotienten 94.

Sechste Aufgabe.

§. 13. Aus einem falschen Bruche die darin befindliche Ganze zu scheiden.

Auflösung.

Der Zähler wird durch den Nenner getheilet, und der Quotus zeiget die enthaltene Ganze; der etwa bleibende Rest aber ist der Zähler des übrig bleibenden wahren Bruches mit dem alten Nenner.

Beyspiel.

Der falsche Bruch $\frac{37}{8}$ enthält 4 Ganze, und $\frac{5}{8}$.

Siebente Aufgabe.

§. 14. Einen gegebenen Bruch in einen anderen mit einem bestimmten Nenner zu verwandlen.

Auflösung.

Der neue Nenner wird mit dem alten Zähler vermehret; das daraus entstandene Produkt aber mit dem alten Nenner getheilet. Der Quotus gibt den Zähler des neuen Bruches, welcher den verlangten Nenner besitzt.

Beyspiel.

Es sind $\frac{5}{12}$ in Sechzigsttheile zu verwandlen. Man sage $60 \times 5 = 300$. Diese 300 durch 12 getheilet geben 25; also heißt der neue Bruch $\frac{25}{60}$, und ist gleich $\frac{5}{12}$.

Beweis.

Wenn man z. B. 5 Ganze in einen Bruch mit bestimmtem Nenner, z. B. in Sechzigsttheile verwandlen sollte, so würde man nach der dritten Aufgabe (§. 10.) den gegebenen Nenner mit 5 vermehren, und hierdurch $\frac{300}{60}$ erhalten. Nun sind aber die hier gegebene Fünf keine Ganze, sondern nur Zwölftheile von Ganzen, daher wird der Zähler 300 durch 12 getheilet, damit man statt des sechzigtheiligen Bruches von fünf Ganzen einen sechzigtheiligen Bruch von fünf Zwölftheilen erhalte.

Achte

Achte Aufgabe.

§. 15. Zween oder mehrere Brüche zusammen zu nehmen, wenn selbe entweder für sich selbst schon gleiche Nenner besitzen, oder wenn sie nach der ersten Aufgabe (§. 8.) unter einerley Nenner gebracht worden.

Auflösung.

Die Zähler werden zusammen genommen, und unter die Summe wird der gemeinschaftliche Nenner gesetzt.

Neunte Aufgabe.

§. 16. Ganze und Brüche zu vereinigen.

Auflösung.

Die Brüche werden nach obiger Aufgabe vereiniget; die etwa daraus entstandene Ganze nach der sechsten Aufgabe (§. 13.) gezogen, und diese mit den vorhandenen Ganzen vereiniget.

Zehnte Aufgabe.

§. 17. Brüche von einander abzuziehen.

Auflösung.

Es wird unter den Unterschied beyder Zähler der gemeinschaftliche Nenner gesetzt.

Eilfte Aufgabe.

§. 18. Ganze und Brüche von einander abzuziehen.

Auflösung.

Es wird der Zähler des einen Bruches von dem Zähler des anderen abgezogen, nachdem die Brüche gleiche Nenner erhalten haben, und wenn dieser größer ist, als der, welcher abgezogen werden soll; oder sie müssen wenigstens gleich seyn. Im Gegenfalle wird ein Ganzes von den dabey stehenden Ganzen nach §. 10. dem zu kleinen Bruche beygegeben, damit eine Abziehung erfolgen könne. Dann zieht man die Ganze, wie bekannt, von einander ab.

Beyspiel.

Von 13 Ganzen und $\frac{5}{16}$ sollen 6 Ganze und $\frac{7}{16}$ genommen werden.

$13.\frac{5}{16}$

$6.\frac{7}{16}$

Es können $\frac{7}{16}$ von $\frac{5}{16}$ nicht genommen werden, darum macht man ein Ganzes $+\frac{5}{16}$ zu einem Bruche von $\frac{21}{16}$, und es ist $21 - 7 = \frac{14}{16}$, 12 aber $-$ 6 gibt 6 Ganze.

Zwölfte Aufgabe.

§. 19. Einen Bruch durch Ganze, oder Ganze durch einen Bruch zu vermehren.

Auf-

Auflösung.

Im ersten Falle wird der Zähler des Bruches durch die Ganze vermehret, und dem Produkte der Nenner unterschrieben.

Im zweyten Falle aber wird das Ganze durch den Zähler des Bruches vermehret, und das Produkt durch den Nenner des Bruches getheilet, oder dieser nur untergeschrieben. Die Auflösung ist also in beyden Fällen gleich.

Beweis.

Vermehren heißt: eine Zahl so oft nehmen, wie oft in der anderen gegebenen die Einheit, oder ein Ganzes vorhanden ist. Der Zähler eines Bruches aber deutet nur Theile von Ganzen an; darum wird im ersten Falle das Produkt des Zählers mit den Ganzen, im zweyten aber das Produkt des Ganzen mit dem Zähler des Bruches immer nur ein neuentstandener Zähler seyn, dem entweder der Nenner nur platterdings untergeschrieben wird, oder welcher Zähler durch den Nenner wirklich getheilet werden muß, damit man die etwa darin enthaltene Ganze heraus bekomme.

Beyspiel.

Nro. 1. $\frac{7}{16} \times$ mit 5 Ganzen gibt $\frac{35}{16}$ oder 2 Ganze und $\frac{3}{16}$.

Nro. 2. 5 Ganze $\times$ mit $\frac{7}{16}$ gibt 35, getheilet durch 16, welches entweder $\frac{35}{16}$ oder auch 2 Ganze und $\frac{3}{16}$ machet.

Drey=

Dreyzehnte Aufgabe.

§. 20. Brüche durch Brüche zu vermehren.

Auflösung.

Die Zähler werden durch die Zähler, die Nenner aber durch die Nenner vermehret, so hat man das Produkt der Brüche.

Beyspiel.

Es seyen $\frac{3}{8}$ zu vermehren durch $\frac{5}{7}$. $\frac{3 \times 5}{8 \times 7} = \frac{15}{56}$.

Vierzehnte Aufgabe.

§. 21. Ganze und Brüche durch Ganze und Brüche zu vermehren.

Auflösung.

Erstlich wird das Ganze und der zu vermehrende Bruch mit dem anderen Bruche, jedes besonders, dann wieder das Ganze und der Bruch durch die vermehrende Ganze vermehret, und die Theile der Produkte zusammen genommen.

Beyspiel.

Es sollen $3\frac{4}{5}$ vermehrt werden durch $6\frac{5}{8}$. Setzet:

$$3\frac{4}{5}.$$
$$6\frac{5}{8}.$$

$\frac{4}{5}$ durch $\frac{5}{8}$ vermehrt geben $\frac{20}{40}$.

3 Ganze durch $\frac{5}{8}$ vermehrt geben $\frac{15}{8}$.

$\frac{4}{5}$ durch 6 Ganze geben $\frac{24}{5}$.

3 Ganze durch 6 Ganze endlich geben 18 Ganze.

Damit man nun die Produktentheile in Eines bringen könne, werden die Brüche unter einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht, nach dem §. 8.

Dann geben sie zusammen genommen $\frac{11480}{1600}$, oder 7 Ganze und $\frac{7}{40}$. Hierzu noch die obigen 18 Ganze, so ist das gesammelte Produkt 25 Ganze und $\frac{7}{40}$.

Beweis.

Die Erklärung des Vermehrens lautet, daß man die eine Zahl so oft zu nehmen habe, wie oft die Einheit in der anderen gegebenen Zahl enthalten ist. Daher wird in der dreyzehnten Aufgabe die Bruchzahl $\frac{3}{8}$ nur fünf siebentheiligemale genommen. In gegenwärtiger Aufgabe aber nimmt man die Zahl 3 sowohl, als $\frac{4}{5}$ erstens 6, dann noch fünf achttheiligemale.

Anmerkung.

Hieraus folget, daß das Produkt aus zween Brüchen immer kleiner ausfällt, als die größere vermehrende Zahl. Und dieses geschieht auch bey der Vermehrung der Ganzen durch Brüche, weil man durch solche Verfahrung eigentlich nur einen gewissen Theil der zu vermehrenden Zahl nimmt, oder einen Bruch so oft nimmt, als die Einheit in der anderen Zahl stecket.

Fünf=

Fünfzehnte Aufgabe.

§. 22. Brüche durch Brüche zu theilen.

Auflösung.

Man verkehrt den theilenden Bruch so, daß der Zähler den Nenner, dieser aber jenen mache, und vermehret nun die Brüche, wie gezeiget worden, so hat man die Theilung vollbracht.

Beyspiel.

Es seyen $\frac{6}{8}$ zu theilen durch $\frac{3}{5}$, so werden $\frac{5 \times 6}{3 \times 8}$ geben $\frac{30}{24}$.

Beweis.

Die Erklärung des Theilens lautet, daß man eine gegebene Zahl in so viele Theile absönderen soll, als wie oft die Einheit in der anderen Zahl enthalten ist, oder, daß man suchen müsse, wie oft jene Zahl die andere gegebene enthalte. Nun enthält ein Bruch als Theiler kein Ganzes, oder der eine Bruch ist in den anderen größeren Theiles enthalten, als ein Ganzes, folglich ist bey einer Theilung durch Brüche der Quotus allzeit größer, als der zu theilende Bruch selbst war.

Die Verfahrungsart der Bruchtheilung selbst aber hat dieses zum Grunde. Wenn ich z. B. die obigen $\frac{6}{8}$ durch 3 Ganze theilen sollte, so würde ich entweder den Zähler 6 durch

3 theilen, und also $\frac{2}{8}$ erhalten, oder den Nenner durch 3 vermehren, und hierdurch $\frac{6}{24}$ bekommen. Weil ich aber nicht mit 3 Ganzen, sondern nur mit $\frac{3}{5}$ eines Ganzen zu theilen habe, so muß der Quotus $\frac{6}{24}$ wieder mit 5 vermehret werden, wodurch also der Quotus $\frac{30}{24}$ herauskömmt.

Sechzehente Aufgabe.

§. 23. Ganze durch einen Bruch zu theilen.

Auflösung.

Man vermehret die Ganze durch den Nenner des Theilers, und theilet das Produkt durch den Zähler, oder schreibt nur denselben als Nenner darunter.

Beyspiel.

Es seyen 8 Ganze durch $\frac{3}{4}$ zu theilen.
$8 \times 4 = \frac{32}{3}$ oder 10 Ganze und $\frac{2}{3}$.

Beweis.

Wenn man sich vorstellet, daß man die Ganze in einen Bruch verwandlet habe, so wird der Theiler $\frac{4}{3}$, die Ganze aber $\frac{8}{1}$ machen.

$4 \times 8 = 32$, und $3 \times 1 = 3$, dieß macht $\frac{32}{3}$ oder 10 Ganze $\frac{2}{3}$.

Siebenzehente Aufgabe.

§. 24. Einen Bruch durch Ganze zu theilen.

Auf-

Auflösung.

Der Nenner des Bruches wird durch die Ganze vermehret, und der vorige Zähler darüber geschrieben.

Beyspiel.

Es seyen $\frac{2}{8}$ durch 5 Ganze zu theilen, so ist der Quotus $\frac{2}{40}$.

Beweis.

Dann $\frac{5}{1}$ müßten $\frac{2}{8}$ zertheilen, das heißt: $\frac{5}{1}$ müßten vor der Vermehrung in $\frac{1}{5}$ durch das Verkehren des Bruches verwandlet werden, und dann auch durch die Vermehrung $\frac{2}{40}$ erhalten.

Achtzehente Aufgabe.

§. 25. Ganze und Brüche durch Ganze und Brüche zu theilen.

Auflösung.

Wenn die Ganze mit ihren anhangenden Brüchen auf bekannte Art vereiniget worden, so wird der theilende Bruch verkehret, und die dermaligen Zähler sowohl, als die Nenner durch einander vermehret, so erhält man den Quotus als Bruch.

Beyspiel.

Es sind $6\frac{3}{8}$ zu theilen durch $2\frac{4}{5}$. Das erste machet $\frac{51}{8}$, das zweyte aber $\frac{14}{5}$; daher geben $\frac{5}{14} \times \frac{51}{8}$ den Quotus $\frac{255}{112}$, oder 2 Ganze und $\frac{31}{112}$. Der Beweis erhellet aus dem vorhergegangenen.

Anmerkung.

Es wird bey den Arbeiten mit Brüchen die Probe eben so, wie bey den gemeinen vier Rechnungsarten verrichtet, und man hat bey einer solchen Probe eben nicht zu erwarten, noch zu verlangen, daß sie die Brüche in ihrer vorigen Benennung wieder erscheinen lasse, sondern es ist hinlänglich, wenn in dem durch die Probe erhaltenen Bruche der verlangte Werth zu finden ist.

Erklärung.

§. 26. Wenn man von einem Bruche nur einen oder mehr Theile nimmt, welche zusammen nicht den ganzen Bruch ausmachen, so hat man den Bruch eines Bruches, (Fractio fractionis) z. B. $\frac{1}{4}$ von $\frac{2}{16}$.

Neunzehente Aufgabe.

§. 27. Zu finden, was für ein Theil eines Ganzen der Bruch eines Bruches sey.

Auf-

Auflösung.

Beyde Brüche werden durch einander vermehrt, das Produkt ist ein Bruch, welcher das verlangte zeiget.

Beyspiel.

$\frac{1}{4}$ von $\frac{2}{16}$ ist $\frac{2}{64}$ eines Ganzen oder $\frac{1}{32}$.
Der Beweis erhellet aus dem vorhergegangenen.

Anmerkung.

Die Rechnungsart mit Brüchen aus Brüchen ist sehr gewöhnlich. Dann Kreutzer sind z. B. Bruchtheile von Gulden, nämlich Sechzigtheile; die Pfennige aber Bruchtheile von den Kreutzern. Eben so ist ein Pfund ein Bruchtheil, oder $\frac{1}{100}$ von einem Zentner; das Loth ein Bruchtheil von dem Pfunde, und so weiter.

Aus der oben stehenden Erklärung, und dem, was bis itzt von den Brüchen gesagt worden, wird man nun leicht einsehen, wie die vier Rechnungsarten mit Brüchen aus Brüchen zu geschehen haben.

Zwanzigste Aufgabe.

§. 28. Gulden, Kreutzer und Pfennige, mit Gulden, Kreuzern und Pfennigen in eine Summe zu bringen.

Auflösung.

Die gleichartigen, oder gleich viel bedeutenden Größen

werden unter einander geschrieben. Dann fängt man an, die kleinsten Theile, hier z. B. die Pfennige zusammen zu nehmen; die in der Summe allenfalls befindliche Ganze zu der Summe der Kreutzer oder Sechzigtheile, und die etwa auch in der Summe dieser entstehende Ganze zu der Summe der Gulden zu nehmen.

Beyspiel.

13 fl. 14 kr. 3 pf.	oder	38 Zent. 64 Pf. 13 Loth 2 Quintl.
X22 fl. 58 kr. 2 pf.		93 Zent. 86 Pf. 28 Loth 3 Quintl.
36 fl. 13 kr. 1 pf.		132 Zent. 51 Pf. 10 Loth 1 Quintl.

Ein und zwanzigste Aufgabe.

§. 29. Mit Brüchen aus Brüchen die Abziehung vorzunehmen.

Auflösung.

Nachdem die gleichnamigen Theile unter einander geschrieben worden, fängt man die Abziehung von den das wenigste bedeutenden Theilen an, und verfährt übrigens so damit, wie bey der schon gezeigten Abziehung der Ganze und Brüche.

Beyspiel.

Von	18 fl. 24 kr. 3 pf. sind zu nehmen:
	9 fl. 35 kr. 1 pf.
Rest	8 fl. 49 kr. 2 pf.

An-

Anmerkung.

Weil hier 35 von 24 Kreuzern nicht genommen werden konnten, so ward von den nebenstehenden 18 fl. einer in Gestalt von 60 krn. zu den vorhandenen 24 krn. genommen, nemlich $\frac{60}{60}+\frac{24}{60}=\frac{84}{60}$ oder = 84 Kreuzern, wodurch man im Stande ist, die Kreuzer von einander abzuziehen. So wie diese sogenannte Borgung hier wegen der Kreuzer geschehen ist, eben so wird in jedem Falle, wenn das Abzuziehende größer ist, als die Post, von welcher abgezogen werden soll, von der links nebenstehenden Post eine Einheit geborget, und selbe als ein gleichnamiger Bruch zu der zu kleinen Post genommen, damit die Abziehung möglich werde.

Zwey und zwanzigste Aufgabe.

§. 30. Mit Brüchen aus Brüchen eine Vermehrung, oder eine Theilung vorzunehmen.

Auflösung.

Die zu vermehrende oder zu theilende Zahl wird ganz in den Bruch des kleinsten Werthes umgestaltet, und hiemit die Vermehrung oder Theilung vorgenommen.

Beyspiel.

Es sind 3 fl. 22 kr. 2 pf. zu vermehren durch $2\frac{1}{2}$. Man thut also gleichviel, wenn man die Posten jede für sich vermehret, und dann die Produkte gehörig zusammen-

nimmt; oder wenn man nach gegenwärtiger Regel die in der Post steckenden 810 Pfennige mit $2\frac{1}{2}$ vermehret, und hieraus durch die Theilung mit 4 die Kreutzer, durch die Theilung dieser aber mit 60 die Gulden absondert, welches hier wäre 8 fl. 26 kr. 1 pf. Diese 8 fl. 26 kr. 1 pf. wären nun zu theilen durch $2\frac{1}{2}$. Man theilet also 2025 pf. durch $2\frac{1}{2}$ oder 4050 halbe pf. mit 5 halben, und erhält im Quotus 810 Pfennige, oder 3 fl. 22 kr. 2 pf.

Erklärung.

§. 31. Ein Bruch, dessen Nenner 10, 100, 1000, 10000 u. s. w. ist, wird ein Decimalbruch genannt.

Erste Anmerkung.

Bey den natürlichen ganzen Zahlen bedeutet die erste rechts stehende Zahl Einheiten; die nächste gegen die linke Hand bezeichnet Zehenfache; die dritte lauter Hundertfache, und so weiter. Wenn man daher den Ganzen einige Decimalbrüche anhängen will, so hat man eben nicht nöthig, jedem derselben seinen Nenner unter zu setzen; sondern diese Brüche werden den Ganzen nach Absonderung durch einen Strich ohne Nenner dergestalt angehängt, daß die Zehentheile der Ganzen die nahesten an die Ganze, die Hunderttheile an die Zehentheile, die Tausendtheile an die Hunderttheile gesetzet werden, und so weiter. Und so können Ganze und Decimalbrüche durch eine einzige Reihe Zahlen ausgedrücket, auch die vier gemeinen Rech-

nungs-

nungsarten (einige Bemerkungen ausgenommen) wie mit Ganzen vorgenommen werden. Es bedeuten z. B. 3,4208 drey Ganze, 4 Zehente, 2 Hunderte, keine Tausende, und 8 Zehentausendtheile.

Zwote Anmerkung.

Weil die Rechnungsart mit Decimalbrüchen im Markscheidewesen sehr gewöhnlich ist, so folgen die vier gemeinen Rechnungsarten mit selben, wodurch man jede andere Rechnungsart mit solchen Brüchen leicht wird einsehen und erklären können.

Drey und zwanzigste Aufgabe.

§. 32. Posten von Ganzen und Decimalbrüchen zusammen zu nehmen.

Auflösung.

Man schreibt die Posten so untereinander, daß die Ganze, so wie die Brüche, welche einerley Nenner haben, zusammen kommen, und vereiniget die Posten wie ganze Zahlen, nur daß man bey der Summe die Ganze und Brüche durch den Strich gehörig unterscheide.

Bey=

Beyspiel.

12,52086 wären mit 8,423 zu vereinigen. Beyde Posten kommen so untereinander — — 12,52086

8,423—

und ihre Summe ist — — — — 20,94386.

Vier und zwanzigste Aufgabe.

§. 33. Ganze mit anhangenden Decimalbrüchen von einander abzuziehen.

Auflösung.

Die gleichnamigen Posten werden unter einander geschrieben, dann geschieht die Abziehung wie bey den Ganzen.

Beyspiel.

Von 18,30156 kömmt abzuziehen

0,97205

so ist 17,32951 der Rest.

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

§. 34. Mit Ganzen und Decimalbrüchen eine Vermehrung vorzunehmen.

Auflösung.

Die Vermehrung hiemit geschieht so, wie bey den

gan=

ganzen Zahlen, mit der einzigen Bemerkung, daß man bey dem erhaltenen Produkte von der rechten gegen die linke Hand so viele Zahlen für die Decimalbrüche abschneidet, als sowohl dem Vermehrer, als dem Vermehrten anhiengen.

Beyspiel.

24,6203 wären zu vermehren durch
3,0020, so ist das Produkt 73,91014060, indem man acht Zahlen für die Decimalbrüche abgeschnitten hat.

Sechs und zwanzigste Aufgabe.

§. 35. Mit Ganzen und Decimalbrüchen eine Theilung vorzunehmen.

Auflösung.

Diese Theilung geschieht so, wie bey ganzen Zahlen, nur daß man von dem Quotus von der rechten gegen die linke Hand so viele Zahlen für die Decimalbrüche abschneidet, als Zahlen von Decimalbrüchen übrig bleiben, wenn man die kleinere Anzahl von der größeren abgezogen hat; diese größere Anzahl mag sich nun bey dem Theiler, oder bey der zu theilenden Zahl befinden.

Beyspiel.

73,9101406 sey zu theilen durch 24,6203; so ist der Quotus 3002. Weil nun die bey dem Theiler befindliche Anzahl von vier Decimalbrüchen von den bey der getheilten

Zahl

Zahl befindlichen sieben abgezogen drey derselben übrig läßt, und daher drey Zahlen von dem Quotus abgeschnitten werden sollen; so ist derselbe 3,002.

Anmerkung.

Wenn die zu theilende Zahl aus wenigern Zahlzeichen bestehet, als der Theiler; so darf man ihr das abgängige durch angehängte Nullen ersetzen, da man sonst nach der gegebenen Regel nicht wohl eine Theilung vornehmen könnte, obschon die zu theilende Zahl wirklich größer wäre, als der Theiler; weil man bey Ausübung dieser Regel beyde Zahlen als lauter Ganze betrachtet.

Von den Verhältnissen.

Jede Zahl steht gegen eine andere in gewißen Verhältnissen. Dann entweder sind zwo Zahlen einander gleich, oder sie sind ungleich.

Sind zwo Zahlen ungleich, so kann man entweder untersuchen, wie groß der Unterschied zwischen beyden sey, oder wie oft die eine Zahl in der anderen stecke. In beyden Fälleu suchet man das Verhältniß der Zahlen gegen einander.

Erklärung.

§. 36. Ein arithmetisches Verhältniß suchen, heißt: den Unterschied zwoer Zahlen betrachten.

Ein

Ein geometrisches Verhältniß suchen aber heißt: betrachten, wie oft eine Zahl in der anderen enthalten sey.

Erklärung.

§. 37. Wenn sich eine Zahl zu der anderen, wie diese zu einer dritten verhält, so hat man ein beständiges Verhältniß. Z. B. ein arithmetisches ist 2.4=4.6. Ein geometrisches Verhältniß aber 2:4=4:8.

Anmerkung.

Das Zeichen der Gleichheit ist (=), das Zeichen des Verhaltens aber pflegt im arithmetischen ein zwischen die betrachtete Zahlen gesetzter Punkt, bey dem geometrischen aber zwey über einander gesetzte Punkte zu seyn.

Erklärung.

§. 38. Verhält sich eine Zahl zur zwoten, wie die dritte zur vierten, so hat man ein gerades Verhältniß von vier Gliedern.

Erklärung.

§. 39. Ist das zweyte und vierte Glied größer, als das erste und dritte; so hat man ein aufsteigendes, im Gegentheile aber ein absteigendes Verhältniß.

Beyspiel.

12,52086 wären mit 8,423 zu vereinigen. Beyde Posten kommen so untereinander — — 12,52086

8,423—

und ihre Summe ist — — — — 20,94386.

Vier und zwanzigste Aufgabe.

§. 33. Ganze mit anhangenden Decimalbrüchen von einander abzuziehen.

Auflösung.

Die gleichnamigen Posten werden unter einander geschrieben, dann geschieht die Abziehung wie bey den Ganzen.

Beyspiel.

Von 18,30156 kömmt abzuziehen
0,97205

so ist 17,32951 der Rest.

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

§. 34. Mit Ganzen und Decimalbrüchen eine Vermehrung vorzunehmen.

Auflösung.

Die Vermehrung hiemit geschieht so, wie bey den

gan=

ganzen Zahlen, mit der einzigen Bemerkung, daß man bey dem erhaltenen Produkte von der rechten gegen die linke Hand so viele Zahlen für die Decimalbrüche abschneidet, als sowohl dem Vermehrer, als dem Vermehrten anhiengen.

Beyspiel.

24,6203 wären zu vermehren durch
3,0020, so ist das Produkt 73,91014060, indem man acht Zahlen für die Decimalbrüche abgeschnitten hat.

Sechs und zwanzigste Aufgabe.

§. 35. Mit Ganzen und Decimalbrüchen eine Theilung vorzunehmen.

Auflösung.

Diese Theilung geschieht so, wie bey ganzen Zahlen, nur daß man von dem Quotus von der rechten gegen die linke Hand so viele Zahlen für die Decimalbrüche abschneidet, als Zahlen von Decimalbrüchen übrig bleiben, wenn man die kleinere Anzahl von der größeren abgezogen hat; diese größere Anzahl mag sich nun bey dem Theiler, oder bey der zu theilenden Zahl befinden.

Beyspiel.

73,9101406 sey zu theilen durch 24,6203; so ist der Quotus 3002. Weil nun die bey dem Theiler befindliche Anzahl von vier Decimalbrüchen von den bey der getheilten

Zahl befindlichen sieben abgezogen drey derselben übrig läßt, und daher drey Zahlen von dem Quotus abgeschnitten werden sollen; so ist derselbe 3,002.

Anmerkung.

Wenn die zu theilende Zahl aus wenigern Zahlzeichen bestehet, als der Theiler; so darf man ihr das abgängige durch angehängte Nullen ersetzen, da man sonst nach der gegebenen Regel nicht wohl eine Theilung vornehmen könnte, obschon die zu theilende Zahl wirklich größer wäre, als der Theiler; weil man bey Ausübung dieser Regel beyde Zahlen als lauter Ganze betrachtet.

Von den Verhältnissen.

Jede Zahl steht gegen eine andere in gewißen Verhältnissen. Dann entweder sind zwo Zahlen einander **gleich**, oder sie sind **ungleich**.

Sind zwo Zahlen **ungleich**, so kann man entweder untersuchen, wie groß der Unterschied zwischen beyden sey, oder wie oft die eine Zahl in der anderen stecke. In beyden Fälleu suchet man das Verhältniß der Zahlen gegen einander.

Erklärung.

§. 36. Ein **arithmetisches** Verhältniß suchen, heißt: den Unterschied zwoer Zahlen betrachten.

Ein

Ein geometrisches Verhältniß suchen aber heißt: betrachten, wie oft eine Zahl in der anderen enthalten sey.

Erklärung.

§. 37. Wenn sich eine Zahl zu der anderen, wie diese zu einer dritten verhält, so hat man ein beständiges Verhältniß. Z. B. ein arithmetisches ist 2 . 4 = 4 . 6. Ein geometrisches Verhältniß aber 2 : 4 = 4 : 8.

Anmerkung.

Das Zeichen der Gleichheit ist (=), das Zeichen des Verhaltens aber pflegt im arithmetischen ein zwischen die betrachtete Zahlen gesetzter Punkt, bey dem geometrischen aber zwey über einander gesetzte Punkte zu seyn.

Erklärung.

§. 38. Verhält sich eine Zahl zur zwoten, wie die dritte zur vierten, so hat man ein gerades Verhältniß von vier Gliedern.

Erklärung.

§. 39. Ist das zweyte und vierte Glied größer, als das erste und dritte; so hat man ein aufsteigendes, im Gegentheile aber ein absteigendes Verhältniß.

Erklärung.

§. 40. Ist das erste Glied zum zweyten, wie das vierte zum dritten, so ist das Verhältniß verkehrt.

Erklärung.

§. 41. Ist das erste Glied zum zweyten, wie dieses zum dritten, und so dieses zum vierten u. s. w., so hat man ein Stuffenverhältniß (Progressio).

Erster Satz.

§. 42. In jedem arithmetischen Verhältnisse ist das zweyte Glied = dem ersten, oder vorhergehenden, und plus oder + dem Unterschiede; in jedem geometrischen aber = dem ersten Gliede vermehret (Xret), durch den Quotus, nämlich durch die Zahl, welche zeiget, wie oft das erste Glied in dem zweyten stecke.

Zweyter Satz.

In jedem arithmetischen Verhältnisse ist die Summe des ersten und vierten Gliedes = der Summe des zweyten und dritten.

Beweis.

Man heiße das erste Glied a, den Unterschied zwischen diesem und dem zweyten Gliede d, so ist das zweyte Glied a+d. Das dritte Glied heiße b, so ist das vierte b+d.

Durch

Durch die Vereinigung des ersten Gliedes mit dem vierten erhält man daher $a + b + d$; die beyden mitleren Glieder aber geben $a + d + b$.

In dem stäten Verhältnisse $a . a + b = a + b . a + 2b$ ist die Summe der äußeren Glieder $= a + a + 2b$, der mitleren aber $a + b + a + b$, nämlich in beyden Fällen $= 2a + 2b$, wenn der Unterschied b hieß.

Dritter Satz.

In jedem geometrischen Verhältnisse ist das aus der Vermehrung der äußeren Glieder entstandene Produkt = dem der beyden inneren.

Beweis.

Das erste Glied heiße a, so ist das zweyte $= a \times q$ nämlich durch den Quotus; man saget kürzer aq. Das dritte Glied sey b, so ist das vierte $= bq$. Das Produkt des ersten Gliedes durch das vierte gibt $a \times bq$ oder es werden die zu vermehrende Größen ohne alle Zeichen zusammen geschrieben, daher saget man nur abq. Das Produkt der mitleren Glieder aber ist $aq \times b$, oder aqb. Beydes ist gleichviel.

In einem stäten geometrischen Verhältnisse wäre das erste Glied a, das zweyte und dritte aq, das vierte aber $aq \times q$, oder $a \times$ mit dem Quadrat von q, welches man schreibt $a\frac{2}{q}$. Die Produkte der äußeren Glieder also sind $aa\frac{2}{q}$, oder $\frac{2\ 2}{a\ q}$, die Produkte der mitleren aber $aq \times aq$ oder $\frac{2\ 2}{a\ q}$. Man erinnere sich der ersten Grundsätze.

Anmerkung.

Man hat diese Beweise mit Buchstaben hergesetzet, ohne den Gliedern einen bestimmten Werth zu geben, um das Allgemeine der Beweise zu zeigen, auf welchem obige Sätze ruhen. Es wird hiernach niemanden schwer fallen, die Richtigkeit der Sätze durch Zahlen sich anschaulicher zu machen.

Sieben und zwanzigste Aufgabe.

§. 43. Ein Glied eines arithmetischen Verhältnisses zu finden, wenn die übrigen drey Glieder bekannt sind.

Auflösung.

Ist eines der äußeren Glieder unbekannt, so werden die beyden mitleren zusammengenommen uud hievon das bekannte äußere abgezogen. Der Rest ist das unbekannte äußere Glied. Ist aber ein mitleres Glied zu finden, so wird von der Summe der äußeren das bekannte mitlere abgezogen.

Anmerkung.

Da bey einem städten Verhältnisse die beyden mitleren Glieder gleich sind, so erhellet, wie ein Glied desselben zu finden sey.

Bey=

Beyspiele.

3 . 5 = 8 . x. Sage 5 + 8 = 13, und 13 − 3 = 10 nämlich = x.
3 . 5 = x . 10. = 3 + 10 = 13, = 13 − 5 = 8.
2 . 4 = 4 . x. = 4 + 4 = 8, = 8 − 2 = 6.
2 . x = x . 6. = 2 + 6 = 8, = $\frac{8}{2}$ = 4.

Acht und zwanzigste Aufgabe.

§. 44. Ein Glied eines geometrischen Verhältnisses zu finden, wenn die drey übrigen bekannt sind.

Auflösung.

Was bey dem arithmetischen mit Zusammennehmung und Abziehung geschieht, findet man hier durch das Vermehren und Theilen.

Beyspiel.

3 : 6 = 8 : x Sage 6 × 8 = 48, $\frac{48}{3}$ = 16 welches ist x.
3 : 6 = x : 16 = 16 × 3 = 48, $\frac{48}{6}$ = 8.
3 : 6 = 6 : x = 6 × 6 = 36, $\frac{36}{3}$ = 12.
3 : x = x : 12 = 3 × 12 = 36, Wurzel oder √ von 36 = 6 = x nämlich die Zahl, welche mit sich selbst vervielfältiget die Zahl 36 gibt.

Anmerkung.

Jedes Verhältniß kann durch bloße Versetzung achtmal verändert werden, ohne gestöhret zu werden, und diese Versetzung ist sowohl bey arithmetischen, als geometrischen, bey geraden und verkehrten auf einerley Art anwendbar. Hier folget die Veränderung eines arithmetischen Verhältnisses, nach welcher man auch die übrigen vornehmen kann.

a . b ═ c . d	b . a ═ d . c
a . c ═ b . d	b . d ═ a . c
d . b ═ c . a	c . a ═ d . b
d . c ═ b . a	c . d ═ a . b.

Diese Veränderungen lassen sich durch Zahlen-Verhältnisse anschaulicher machen.

Wenn ein Glied eines verkehrten Verhältnisses gesucht werden soll, so wird das Verhältniß erst durch Versetzung der zwey zusammen gehörenden Glieder in ein gerades verwandlet, und dann die Arbeit, wie gewöhnlich, damit vorgenommen.

Neun und zwanzigste Aufgabe.

§. 45. Wenn die Summe zwoer Zahlen, und ihr Unterschied gegeben ist, jede Zahl ins Besondere zu finden.

Auflösung.

Zu der halben Summe den halben Unterschied genommen, zeiget die größere, von der halben Summe aber den halben Unterschied abgezogen, zeiget die kleinere Zahl.

Be-

Beweis.

Es sey die größere Zahl a; b die kleinere, und d ihr Unterschied; so ist $a + b =$ der Summe; $b + d = a$, und $b + b + d = a + b$ nämlich gleich der Summe. Es zeiget sich daher, daß die halbe Summe gleich sey der kleineren Zahl + dem halben Unterschiede. Nimmt man nun diesen halben Unterschied von der halben Summe, so bleibt b die kleinere Zahl; wenn man aber der halben Summe den halben Unterschied zugibt, oder zu dem kleineren Gliede den ganzen Unterschied nimmt, so erhält man das größere Glied der Summe.

Beyspiel.

Die Summe sey 34, der Unterschied beyder Zahlen 5, so ist $\frac{34}{2}$ oder $17 + 2\frac{1}{2} = 19\frac{1}{2}$ der größeren Zahl

$17 - 2\frac{1}{2} = 14\frac{1}{2}$ der kleineren Zahl,

und ihr Unterschied ist 5, ihre Summe aber 34.

Erklärung.

§. 46. Wenn eine Zahl mit sich selbst vermehret wird, so heißt das daraus entstandene Produkt ein Quadrat, die Zahl selbst aber, aus welcher das Quadrat entstanden ist, nennet man die Quadratwurzel.

Satz.

§. 47. Wenn man sich vorstellet, daß eine Zahl,

welche zum Quadrat gemacht werden soll, noch vor der Erhebung in zween beliebige Theile getheilet worden, durch deren Vermehrung in einander das Quadrat eben so entstanden, als wenn die ganze Zahl auf einmal durch sich selbst wäre vermehret worden, so besteht jedes Quadrat aus dem Quadrate des ersten, aus dem Quadrate des zweyten Theiles, und aus zwey Produkten, welche entstanden sind, da man den ersten Theil durch den zweyten vermehrte.

Beweis.

a und b seyen die Theile, woraus das Ganze besteht, welches ins Quadrat erhoben werden soll.

$$\begin{array}{l} \times {}^{a+b}_{a+b} \\ \hline \end{array}$$ ist gleich $aa + ab + ab + bb$, oder $= a^2 + 2ab + b^2$.

Beyspiel.

In Zahlen. Die Zahl 8 durch sich selbst vermehret gibt 64. Nun sey 8 z. B. in 5 und 3 getheilet. Man setze also:

$$\begin{array}{l} \times {}^{5+3}_{5+3} \\ \hline \end{array}$$ $5 \times 5 = 25$; $5 \times 3 = 15$; $3 \times 5 = 15$; $3 \times 3 = 9$. Summe 64.

Anmerkung.

Hierauf ruhet der Grund, die Wurzel eines gegebenen Quadrates zu finden.

Man

Man merke zum Voraus, daß die Quadrate der neun einfachen Grundzahlen das Hundertfache nicht erreichen, und daß man selbe aus dem sogenannten Einmal Eins bekannt habe. Die Tabelle zeiget:

Natürliche Zahlen	1	2	3	4	5	6	7	8	9.
Quadrate	1	4	9	16	25	36	49	64	81.

Dreyßigste Aufgabe.

§. 48. Die Wurzel eines Quadrates zu finden, welches aus mehr, als zwo Zahlen besteht.

Auflösung.

Erstens wird die Quadratzahl von der rechten gegen die linke Hand in Klassen getheilet, deren jede zwo Zahlen erhält. Der Grund liegt in obiger Anmerkung, weil für jede Klasse eine einzelne Zahl im Quotus, oder in der Wurzel erscheinen muß. Die letzte links stehende Klasse mag wohl auch nur aus einer Zahl bestehen.

Nun nimmt man an, die ersten zwo Klassen seyen das ganze Quadrat. Es wird daher aus der ersten Klasse entweder die vollkommene, oder die nächst kleinere Wurzel gezogen, und diese als der erste Theil der Quadratwurzel als Quotus hinter einen Strich gesetzet.

Diesen Quotus vermehret man durch sich selbst, und zieht sein Quadrat von der ersten Klasse ab.

Zweytens. Dem etwa gebliebenen Reste wird die erste Zahl der nächsten Klasse angehängt. Hierin nun sollen

sich zwey Produkte aus der Vermehrung des ersten Wurzeltheiles durch den zweyten befinden. Weil aber bereits der erste Wurzeltheil bekannt ist, so darf man ihn, um den zweyten zu finden, nur gedoppelt nehmen, und damit die anstehende Zahl theilen. Der Quotus zeiget den zweyten Wurzeltheil. Durch diesen und den ersten Theil macht man nun ein Produkt, nimmt es zweymal, und zieht es von der anstehenden Zahl ab, weil es darinnen enthalten seyn mußte.

Drittens. Dem etwa bleibenden Reste wird die zwote Zahl der zwoten Klasse nachgesetzet, und noch hiervon das Quadrat des zweyten Wurzeltheiles abgezogen, welches auch im ganzen Quadrat enthalten seyn mußte.

Sind nun noch mehr Klassen vorhanden, die zu dem ganzen Quadrate gehören, so werden die zwo bereits erhaltene Wurzelzahlen als die Wurzel des ersten Theiles betrachtet, und die Arbeit von dem zweyten Absatze so oft wiederholet, (da man immer das ganze Erhaltene für den ersten Theil annimmt) bis man die ganze Wurzel gefunden.

Anmerkung.

Bleibt nach Bearbeitung der letzten Klasse ein Rest übrig, so ist es ein Zeichen, daß das Quadrat nicht blos aus der Vermehrung durch Ganze entstanden. Wenn man also dem Reste zwo Nullen anhängt, und hiermit die Arbeit von Nr. 2 einigemale wiederholet, so kann man der

Wahr-

Wahrheit der Wurzel dieses unvollkommenen Quadrates nahe genug durch Decimalbrüche kommen.

Durch das Anhangen zwoer Nullen verwandelt man den Rest des Quadrates, der nicht mehr zur Wurzel ein Ganzes liefern wollte, in Hunderttheile, deren Wurzel eine gewiße Zahl Zehenttheile seyn wird. Und so erhält man durch wiederholtes Anhangen der Nullen Hunderte, Tausende, und noch weniger bedeutende Bruchtheile.

Beyspiel.

Aus 10,36,86 | 322,03 die ganze Wurzel

das Quadrat 9

13

6 ist der gedoppelte erste Theil als Theiler.

12 ist das gedoppelte Produkt aus dem ersten und zweyten Theile.

16

4 das Quadrat des zweyten Theiles.

128

64 der gedoppelte erste Theil als Theiler.

128 zwey Produkte aus beyden Theilen.

— 6

4 das Quadrat des zweyten Theiles.

200 der Rest mit zwo Nullen gibt kein

Zehenttheil zur Wurzel, daher kommen noch zwo Nullen dazu, welche dann Hnnderttheile liefern sollen.

20000

644 der gedoppelte erste Theil als Theiler. Die Wurzel ist $\frac{3}{100}$.

1932 zwey Produkte aus beyden Theilen.

680

9 das Quadrat des zweyten Theiles.

671 neuer Rest, welcher entweder verachtet, oder durch angehängte Nullen weiter auf Tausendtheile untersucht werden kann.

Ende der Rechenkunst.

Gründe der Meßkunst.

Erste Erklärung.

§. 1.

Die Meßkunst (Geometria) ist eine Wissenschaft, Größen zu messen.

Erste Anmerkung.

Ueberhaupt nennt man eine Größe alles, was sich durch Zuthun, oder Wegnahme eines oder mehrer Grundtheile vermehren oder vermindern, vergrößern oder verkleinern läßt.

Zwote Anmerkung.

Man theilet die Meßkunst in drey besondere Wissenschaften, nämlich in die Längen- Flächen- und Körpermeßkunst.

Zwote Erklärung.

§. 2. Die Längenmeßkunst (Longimetria) hat zum Gegenstande, die Länge einer Linie, oder die Entfernung

zweer

zweer Punkte von einander, überhaupt das Verhältniß zweer oder mehrerer Punkte in Ansehung ihrer Entfernungen und Lagen nach einem angenommenen Maaße zu bestimmen.

Dritte Erklärung.

Die Flächenmeßkunst (Planimetria) beschäftiget sich mit Flächen in Betrachtung ihres Inhaltes, ihrer Bildungen, und dem Verhältnisse der Theile unter einander, aus welchen die Flächen bestehen.

Vierte Erklärung.

Die Körpermeßkunst (Stereometria) endlich lehret den Inhalt, die Oberfläche und die Verhältnisse der Theile bestimmen, aus welchen die Körper gebildet sind.

Anmerkung.

Weil Messen nichts anderes heißen will, als das Verhältniß einer gegebenen Größe gegen eine schon festgesetzte bekannte Größe bestimmen; so kann ich ohne vorhergegangene viele Worte dem Leser sagen, daß Linien durch Linien, Flächen durch Flächen, und Körper durch Körper gemessen werden.

Fünfte Erklärung.

§. 3. Wenn sich ein Punkt dergestalt mit Zurücklassung einer Spur, ohne irgend auf eine Seite zu weichen,

nach

nach einem andern Punkte beweget, so entsteht eine gerade Linie. (Fig. 1. Tab. 1.)

Erste Anmerkung.

Ein mathematischer Punkt hat weder Theile, noch eine Ausdehnung; ein solcher also besteht nur in der Einbildung dort, wo man der Anschaulichkeit halber (wenn auch durch den feinsten mit einem Werkzeuge gemachten Punkt) den Ort anzeiget, wo man sich einen mathematischen Punkt vorstellen soll.

Zwote Anmerkung.

In einer geraden Linie sind daher alle Theile einander, und dem Ganzen ähnlich, weil die Theile so, wie das Ganze, auf gleiche Art entstanden sind.

Dritte Anmerkung.

Wenn das Auge dergestalt hinter dem ersten Punkte einer geraden Linie steht, daß es den letzten nicht sehen kann, so decket der erste Punkt auch alle übrigen Punkte derselben.

Es kann blos als Erinnerung gelten, daß eine gerade Linie die kürzeste sey, welche zween Punkte aneinander hängt, und daß man wegen dieser Eigenschaft, und der Aehnlichkeit der Theile mit dem Ganzen zu Messung der Linien eine gerade Linie als Maaß annehme.

Sechste

Sechste Erklärung.

Wenn ein Punkt sich gegen einen anderen mit Zurücklassung einer Spur dergestalt bewegt, daß er nie in einerley Richtung bleibt, folglich nicht den kürzesten Weg nimmt, so entsteht eine krumme Linie. (Fig. 2.) Hat aber die Linie die Eigenschaften einer geraden und krummen theilweise zugleich, so heißt man sie eine gemischte Linie. (Fig. 3.)

Siebente Erklärung.

§. 4. Je nachdem sich gerade oder krumme Linien mit Zurücklassung einer Spur ihrer Entstehung ins Kreutz bewegen, so entstehen ebene oder unebene Flächen.

Achte Erklärung.

§. 5. Beweget sich eine Fläche mit Zurücklassung einer Spur ihrer Entstehung ins Kreutz, so entsteht ein Körper.

Erste Anmerkung.

Da die Bewegung der Punkte, Linien und Flächen unendlich verschieden seyn kann, so ist auch eine eben so große Verschiedenheit von Linien, Flächen und Körpern in Betrachtung ihrer Größe und Bildung möglich.

Zwote Anmerkung.

Weil ein mathematischer Punkt keine Ausdehnung,

folg-

folglich keine Länge und Breite, noch Dicke besitzt, so sieht man, daß eine mathematische Linie nichts, als eine Länge, eine Fläche nur eine Länge und Breite, und allein ein Körper eine Länge, Breite und Dicke besitzen könne.

Neunte Erklärung.

§. 6. Wenn sich eine gerade steife Linie, welche mit dem einen Ende in einem Punkte festsitzt, mit dem anderen Ende dergestalt unter Zurücklassung einer Spur auf einer ebenen Fläche herumbeweget, bis sie ihre erste Lage wieder erhält, so entsteht ein Zirkel. (Fig. 4.)

Die ganze Zirkellinie heißt man den Umkreis, den bey der Entstehung des Zirkels festgebliebenen Punkt den Mittelpunkt, eine gerade steife Linie vom Mittelpunkte bis an den Umkreis den Halbmesser; zwo derselben in eine gerade Linie zusammen gestossen heißen der Durchmesser; eine gerade Linie, welche mit beyden Enden den Umkreis berühret, ohne durch den Mittelpunkt zu gehn, ist eine Senne, der hierdurch abgeschnittene Theil der Zirkellinie ein Bogen, die durch beyde Linien eingeschlossene Fläche ein Zirkelabschnitt; jene Fläche aber, welche durch zween Halbmesser und ein Stück des Umkreises eingeschlossen wird, nennet man einen Ausschnitt des Zirkels.

Erste Anmerkung.

Diese Erklärung zeiget: Erstens, daß alle Zirkel einander ähnlich sind, weil alle auf gleiche Art entstehen.

Zwey-

Zweytens, daß eben so ein gewisser, z. B. der vierte Theil eines Zirkels dem vierten Theile eines jeden anderen ähnlich sey. Drittens, daß alle Punkte des Umkreises gleich weit von dem Mittelpunkte abstehen, nnd alle Halbmesser gleich sind, so wie auch der Durchmesser zween Halbmessern gleich ist.

Zwote Anmerkung.

Die Zirkellinie ist die regelmäßigste unter den krummen Linien, und wird gewöhnlich in 360 Theile, oder Grade, jeder derselben wieder in 60 Theile, oder Minuten u. s. w. bey Berechnungen und Eintheilung mathematischer Werkzeuge getheilet.

Zehnte Erklärung.

§. 7. Wenn zwo Linien dergestalt neben einander fortlaufen, daß sie überall gleich weit von einander abstehen, so heißt man sie paralell (Fig. 5.).

Anmerkung.

Es können gerade und krumme Linien paralell seyn.

Eilfte Erklärung.

§. 8. Wenn sich zwo Linien dergestalt gegen einander neigen, daß sie in einem Punkte zusammen stossen, so entsteht ein Winkel (Fig. 6.).

Anmerkung.

Nicht die Länge, sondern die Neigung der zwo Seiten bestimmt die Größe der Winkel. Und weil alle Zirkelbögen, welche man aus der Spitze eines Winkels, oder dem Zusammenstoßungspunkte der Seiten zwischen selben, oder den Schenkeln beschreiben kann, gleiche Theile ihrer Ganzen sind, folglich auf jedem solchen Bogen eine gleiche Zahl Grade abgeschnitten wird; so werden alle Winkel mit solchen Zirkelbögen, deren Mittelpunkt die Spitze des Winkels ist, nach der Zahl der abgeschnittenen Grade gemessen.

Zwölfte Erklärung.

Wenn eine gerade Linie auf einer andern so steht, daß ihre Neigung auf beyden Seiten gleich ist, so hat man beyderseits rechte Winkel. (Fig. 7.)

Anmerkung.

Kreutzen sich demnach zwo gerade Linien nach obiger Erklärung, so entstehen vier rechte Winkel; und wenn man aus dem Zusammenstoßungspunkte zwischen die Schenkel aller vier Winkel einen Zirkel beschreibt, so hat jeder Winkel wegen gleicher Größe auch ein gleiches Stück Bogen, folglich jeder rechte Winkel einen Zirkelsviertheil, nämlich 90 Grade zu seinem Maaße. (Fig. 8.)

Dreyzehnte Erklärung.

Ein Winkel, welcher weniger zum Maaße hat, als 90°, ist ein spitziger (Fig. 9.), der aber mehr zum Maaße hat, als 90°, ist ein stumpfer. (Fig. 10.)

In Betrachtung der Seiten sind der Winkel auch drey Arten: gerade- krumm- und gemischtlinige Winkel. (Fig. 11. 12. 13.)

Vierzehnte Erklärung.

Zwo gerade Linien geben einen geradlinigen, zwo krumme einen krummlinigen, eine gerade und eine krumme Linie aber einen gemischten Winkel.

Erster Lehrsatz.

§. 9. Jeder Durchmesser theilet seinen Zirkel in zween gleiche Theile. Der Beweis erhellet aus dem bereits gesagten.

Fünfzehnte Erklärung.

§. 10. Wenn zween oder mehrere Winkel in einem Punkte auf einer geraden Linie zusammenstoßen, so werden sie **Nebenwinkel** (Anguli contigui) genannt. (Fig. 14.)

Zweyter Lehrsatz.

§. 11. Nebenwinkel messen zusammen 180 Grade, nämlich einen halben Zirkel.

Be-

Beweis.

Der Winkel a b c hat den Bogen a c, der Winkel c b d aber den Bogen c d zum Maaße, also beyde zusammen den halben Zirkelumkreis a c d.

Dritter Lehrsatz.

§. 12. Wenn zwo gerade Linien einander in einem Punkte durchschneiden, so sind die dadurch entstehenden Gegenwinkel (Anguli verticales) einander gleich. (Fig. 15.)

Beweis.

Die Linien a b und c d durchschneiden sich in e, es sollen daher der Winkel a e c = d e b, und der Winkel a e d = c e b seyn.

Man stelle sich aus e dem Zusammenstoßungspunkte einen Zirkel beschrieben vor, so steht der Bogen a d b auf dem Durchmesser a b, a d b ist also, so wie a c b, ein halber Zirkel.

a e d und d e b sind Nebenwinkel, so wie b e d, b e c, daher messen sie paarweise 180° nach obigem Satze, und ist a e d + d e b = b e d + b e c.

Zieht man nun von gleichen Dingen Gleiches ab, so bleiben gleiche Reste; wenn man also beyderseits den Winkel d e b, oder b e d wegnimmt, so bleibt a e d = b e c.

Vierter Lehrsatz.

§. 13. Wenn man von einem Punkte gegen eine gerade Linie eine andere dergestalt zieht, daß beyde zusammen rechte Winkel bilden, folglich eine seiger auf die andere zu stehen kömmt, so hat man den kürzesten Abstand, oder Weg zwischen dem Punkte und der Linie, welcher möglich ist.

Dieser Satz bedarf keines Beweises.

Fünfter Satz.

§. 14. In jeder dreyeckigen Figur sind die zwo kleineren Seiten zusammen genommen größer, als die dritte größte, welche mit ihnen das Dreyeck bildet.

Sechster Satz.

§. 15. Wenn in zwey Dreyecken entweder alle drey Seiten, oder zwo Seiten mit dem eingeschlossenen Winkel, oder eine Seite und zween Winkel gleich sind, so sind auch die ganzen Dreyecke einander gleich.

Auch diese beyden Sätze beweisen sich durch einiges Nachdenken.

Siebenter Lehrsatz.

§. 16. Wenn zwo gleichlaufende Linien durch eine dritte durchschnitten werden (Fig. 16.), so sind erstens die Wechselwinkel gih = ihk; zweytens ist der äußere Winkel

fib

fib = ihk dem inneren ihm entgegen stehenden, und endlich haben beyde inneren Winkel hib + ihk zu ihrem Maaße 180°.

Beweis.

Das Dreyeck hgi = hik; dann weil die kürzesten Wege zwischen gleichlaufenden Linien gleich sind, und diese Wege wegen gleicher Richtung unter sich selbst gleichlaufen, so ist hg = ik, gi = hk, nnd hi = hi, daher nach dem sechsten Satze (§. 15.) die beyden Dreyecke und hierin jene Winkel auch einander gleich, welche gleichen Seiten entgegen stehen. Nach §. 12. ist gih = fib. Da aber gih auch = ihk, und man Gleiches statt gleichem setzen kann, so ist auch fib = ihk.

Und weil drittens nach §. 11. die Nebenwinkel fib + hib = 180°, man jedoch anstatt fib ein Gleiches, nämlich ihk setzen kann, so ist hib + ihk = 180°.

Achter Lehrsatz.

§. 17. In jedem Dreyecke haben alle drey Winkel zu ihrem Maaße 180°. (Fig. 17.)

Beweis.

Wenn man zu einer Seite des Dreyeckes ac eine gleichlaufende de zieht, so sind nach vorigem Satze die Wechselwinkel gleich, nämlich abd = bac, und cbe = acb. Der Winkel abc gehöret sowohl zu den Winkeln des Dreyeckes, als zu den drey Nebenwinkeln, welche nach §. 11.

zusammen 180° messen. Weil nun die drey Winkel des Dreyeckes den drey Nebenwinkeln gleich sind, so messen auch jene wie diese 180°.

Anmerkung.

Man sieht hieraus, daß in einem Dreyecke höchstens ein rechter, oder ein stumpfer Winkel bestehen könne. Eben so scheint der Satz keinen Beweis zu verlangen, daß in jedem Dreyecke der größten Seite der größte Winkel, der kleinsten Seite aber immer der kleinste Winkel entgegen stehe.

Neunter Satz.

§. 18. Wenn eine Seite eines Dreyeckes verlängert wird, so ist der daraus entstandene äußere Winkel den beyden inneren entgegenstehenden gleich. (Fig. 18.)

Beweis.

cbd sey = bac + acb. Nach §. 11. ist abc + cbd = 180°; aber abc + bac + acb auch = 180° (§. 17.). Wenn man nun von gleichen Dingen Gleiches, nämlich abc abzieht, so bleiben die Reste gleich, also cbd = bac + acb.

Anmerkung.

Man theilet die Dreyecke nach den Winkeln in recht- stumpf- und spitzwinklige; nach den Seiten aber in gleichseitige, gleichschenklige und ungleichseitige Dreyecke.

Sechzehnte Erklärung.

§. 19. Je nachdem ein Dreyeck einen rechten, stumpfen, oder lauter spitzige Winkel besitzt, so heißt es recht- stumpf- oder spitzwinklig. Sind alle drey Seiten eines Dreyeckes gleich, so ist es gleichseitig; sind es nur zwo Seiten, so ist es gleichschenklig; sind aber alle drey Seiten ungleich, so ist es ungleichseitig.

Zehnter Satz.

§. 20. In einem gleichschenkligen Dreyecke sind jene Winkel einander gleich, welche den gleichen Seiten entgegen stehen. (Fig. 19.).

Beweis.

Man theile die ungleiche Seite a c in zween gleiche Theile in d, so hat man zwey gleiche Dreyecke a b d und b c d, weil a b = b c, a d = d c, und b d = b d. Deßwegen sind die Winkel b a c und a c b, welche der Seite b d entgegen stehen, als Gegenwinkel der gleichen Seiten a b und b c einander gleich.

Anmerkung.

Weil ein gleichseitiges Dreyeck in Betrachtung zwo besonders genommener Seiten von allen Orten als ein gleichschenkliges Dreyeck betrachtet werden kann; so sieht man, daß darum in einem gleichseitigen Dreyecke alle drey Winkel gleich sind.

Erste Aufgabe.

§. 21. Auf einer geraden Linie a b (Fig. 20.) aus einem gegebenen Punkte c eine seigere Linie zu errichten.

Auflösung.

Man schneidet aus c gegen a und b gleiche Stücke ab; öffnet dann den Zirkel um etwas mehr, und machet aus a und b Zirkelbögen, welche einander durchschneiden; jetzt zieht man den Durchschneidungspunkt d mit c zusammen, so ist c d auf a b seiger.

Beweis.

Die Dreyecke a c d und b c d sind einander gleich, weil a c = b c, a d = b d, und c d = c d, daher ist der Winkel a c d = b c d, und jeder ein rechter Winkel.

Zwote Aufgabe.

§. 22. Aus einem gegebenen Punkte b (Fig. 21.) auf eine gerade Linie a c eine seigere fallen zu lassen.

Auflösung.

Man mache aus dem gegebenen Punkte b auf der Linie a c Durchschnitte in a und c mit gleicher Zirkelöffnung; dann aus a und c mit einer andern Oeffnung Durchschnitte in d. Nun ziehe man durch die Punkte b und d die gerade Linie b e, so steht sie seiger auf a c.

Be-

Beweis.

Die Dreyecke a b d, und b c d sind gleich; dann ab = bc, ad = cd, und bd = bd, so wie der Winkel abe = ebc.

Das Dreyeck abe = ebc; dann ab = bc, be = be, und der Winkel abe = ebc (§. 15.) folglich auch aeb = bec, also jeder gleich 90°.

Dritte Aufgabe.

§. 23. Eine gegebene Linie ab (Fig. 22.) seiger in zween gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Es werden aus a und b über und unter die Linie gleiche Durchschnitte in c und d gemacht, dann zieht man die Linie cd, so theilet sie ab in zween gleiche Theile seiger.

Beweis.

Das Dreyeck abc = abd wegen Gleichheit aller Seiten; eben so dac = dbc; daher ist wegen der ersten Gleichheit der Winkel bac = abc, wegen der zwoten aber der Winkel acd = bcd.

Nun ist in den beyden Dreyecken ace, und bce die Linie ac = bc, der Winkel eac = ebc und ace = bce, folglich sind sie einander gleich, und die den gleichen Winkeln ace und bce gegenstehende Seiten ae und eb sind

eben so, wie die den gleichen Seiten ac und bc gegenstehende Winkel aec und bec gleich.

Vierte Aufgabe.

§. 24. Am Ende einer geraden Linie eine seigere zu errichten. (Fig. 23.)

Auflösung.

Man schneide von ab ein Stück bc ab; mache damit ein gleichseitiges Dreyeck bcd; verlängere cd so, daß de = cd werde, und ziehe die Linie be, so steht sie auf ab in b seiger.

Beweis.

Weil die Winkel f, g und h gleich sind, alle drey aber 180° messen (§. 17.) so hat jeder 60°. Der äußere Winkel i = f + g (§. 18.) also = 120°. Das Dreyeck bde ist gleichschenklig, darum sind die Winkel k = l. Wenn man nun i von 180° hat, so bleiben für k + l 60°, und für l allein 30°. g hat 60°, l aber 30°, folglich beyde 90° zum Maaße, und abe ist ein rechter Winkel.

Anmerkung.

Auf dem Papiere werden Seigerlinien meist mit dem sogenannten Winkelmaaße errichtet, Winkel aber durch einen in Grade eingetheilten halben Zirkel (Transporteur) gemessen, wenn der Mittelpunkt des Zirkels an die Spitze

des Winkels dergestalt angelegt wird, daß der Anfang der Eintheilung oder das Lineal des Werkzeuges an einem Schenkel liegt, und der andere die Grade des Winkels abschneidet.

Daß gerade Linien auf dem Papiere durch Lehren oder Lineale, oder gespannte Schnüre gemacht, und durch Zirkel oder dergleichen Werkzeuge gemessen werden, nehme ich nicht für bekannter an, als daß sie auf dem Felde und im Großen durch gestellte Stäbe oder aufgehangene Senkel abgestecket, durch Klafterstäbe aber, durch eingetheilte Meßketten oder Schnüre gemessen zu werden pflegen.

Siebenzehnte Erklärung.

§. 25. Flächen, welche von vier Seiten eingeschlossen werden, heißen Vierecke.

Achtzehnte Erklärung.

Ein Viereck, worin alle vier Seiten gleich, die entgegen gesetzten gleichlaufend, und die vier Winkel rechte Winkel sind, heißt ein Quadrat (Quadratum), (Fig. 24.) ist es aber verschoben, so, daß die vier Seiten und nur die gegen einander stehende Winkel gleich sind, so ist es ein Rhombus. (Fig. 25.)

Neunzehnte Erklärung.

Hat ein Viereck vier rechte Winkel, und nur die gegenstehende Seiten sind einander gleich, so ist es ein Parallello-

lellogrammum. (Fig. 26.) Sind aber hierin nur die gegenstehenden Winkel einander gleich, (Fig. 27.) so ist es ein Rhomboides.

Zwanzigste Erklärung.

Ein Trapezium ist ein Viereck mit einzigen zwo gleichlaufenden Seiten. (Fig. 28.) In einem Trapezoidum sind alle vier Seiten und Winkel ungleich. (Fig. 29.)

Anmerkung.

Es ist bekannt, daß die Länge einer geraden Linie gemessen werde, wenn man untersuchet, wie oft eine andere, deren Länge man zum Maaßstabe bestimmte, in selber sich auftragen lasse, oder wie sich die gegebene Linie zu der festgesetzten verhalte. So ist zum Beyspiel die Länge eines Decimalzolles in einer Klafter hundertmal enthalten, folglich ist eine Klafter hundert Decimalzolle lang.

Will man nun aus einer Klafter ein Quadrat machen, und untersuchen, wie oft sich ein Quadratzoll darin befinde, so kann man sich hundert solche Zolle neben einander an einer Seite, und hundert solche Reihen über einander vorstellen, und die Zahl der Zolle in einem Quadrate finden, wenn man die Zahl der in der Grundlinie befindlichen Theile mit der Anzahl der übereinander aufwärts liegenden Reihen, nämlich mit der seigeren Höhe des Quadrates vermehret, oder weil bey einem Quadrate die Grundlinie und Höhe gleich sind, wenn man die Grundlinie durch sich selbst

vermehret, nämlich zum Quadrat erhebt. Deßwegen hat eine Quadratklafter 10000 Decimalzolle in sich. Eben so findet man den Inhalt eines Paralellogrammes, wenn die Grundlinie mit der seigeren Höhe vermehret wird.

Eilfter Satz.

§. 26. Alle Paralellogramme, welche gleiche Grundlinien und gleiche seigere Höhen haben, sind am Inhalte einander gleich. (Fig. 30.)

Beweis.

Es soll a b c d am Inhalte gleich seyn c d e f.

Das Dreyeck a c e = d b f, weil a c = b d, c e = d f, und a b + b e = e f + b e, indem a b, c d und e f gleiche Seiten von den Paralellogrammen sind.

a c e — b g e = d b f — b g e, weil Gleiches von Gleichem gleiche Reste läßt, folglich b a c g = e f d g.

b a c g + c d g = e f d g + c d g, denn Gleiches zu Gleichem gibt gleiche Summen, also a b c d = c d e f.

Zwölfter Satz.

§. 27. Jedes Paralellogramm wird durch die Diagonal, nämlich eine gerade Linie, welche aus zween entgegengesetzten Winkeln gezogen worden, in zween gleiche Theile getheilet. (Fig. 31.)

Beweis.

ab=cd, ac=bd, bc=bc, deßwegen sind die Dreyecke abc und bcd gleich.

Anmerkung.

Hieraus sieht man zugleich, daß jedes Dreyeck als die Hälfte eines Paralellogrammes betrachtet werden kann, welches mit ihm gleiche Grundlinie und gleiche Seigerhöhe hat, und daß man, um den Inhalt eines Dreyeckes zu berechnen, entweder das Produkt aus der Grundlinie und Höhe halbiret, oder noch vor der Vermehrung beyder Theile durch einander einen derselben halb nehmen muß.

Auch folget aus vorigen zween Sätzen, daß, wenn zwey Dreyecke gleiche Höhen und Grundlinien haben, selbe von gleichem Inhalte sind.

Und weil sich jede geradlinige Figur aus ihren Ecken in Dreyecke theilen läßt, so kann man den Inhalt jeder solchen Figur berechnen, wenn man alle Inhalte der einzelnen Dreyecke vereinet.

Dreyzehnter Satz.

§. 28. In jedem Vierecke machen alle Winkel vier rechte Winkel.

Beweis.

Jedes Viereck läßt sich durch die Diagonal in zwey Dreyecke theilen. Nun aber haben die drey Winkel eines

Drey=

Dreyeckes das Maaß zweyer rechten, folglich alle sechs Winkel der beyden Dreyecke, oder die viere des Viereckes vier rechte Winkel.

Anmerkung.

Weil hier eben von Berechnung der Flächen gesprochen wird, so scheint hier das nöthigste von der Berechnung eines Zirkel-Inhaltes am rechten Orte zu stehen.

In jedem Zirkel verhält sich der Durchmesser zu seinem Umkreise beynahe wie 100 : 314, das heißt: $\frac{1}{100}$ vom Durchmesser läßt sich 314mal auf den Umkreis tragen. Stellet man sich nun eine Zirkelfläche in 314 gleiche Dreyecke getheilet vor, deren Spitzen alle im Mittelpunkte zusammenstoßen, folglich alle den Halbmesser zu gleicher Höhe haben, so sind sie einem Dreyecke am Inhalte gleich, welches den Umkreis zur geraden Grundlinie, den Halbmesser aber zur seigeren Höhe hat. Jeder Zirkel wird daher wegen der Aehnlichkeit aller auf gleiche Art berechnet. Man suchet nämlich nach dem angegebenen Verhältnisse von 100 : 314 durch den gegebenen Durchmesser den Umkreis, vermehret ihn mit dem Halbmesser und halbiret die Summe, oder welches gleich viel ist: man vermehret den Umkreis mit dem halben Halbmesser.

Vierzehnter Satz.

§. 29. In jedem rechtwinkligen Dreyecke abc (Fig. 32.) ist das Quadrat, welches aus der größten Seite ac,

nämlich

nämlich der Hypothenuse gemacht werden kann, a c f g = den Quadraten a b k i + b c d e, welche aus den beyden übrigen Seiten a b und b c, nämlich den Catheden gebildet werden können.

Beweis.

Das Dreyeck a c e = b c g, weil a c = c g, c e = b c, und der Winkel a c g + a c b = b c e + a c b (§. 15.) a d ist gleichlaufend zu c e. Da nun beyde Dreyecke a c e und c d e auf einer gleichen Grundlinie c e, und zwischen zweyen Paralellen stehen, zwischen denen die Seigerlinien, nämlich ihre Höhen gleich sind; so haben sie nach §. 27. gleichen Inhalt.

Eben so stehen die Dreyecke b c g und c g h zwischen den Paralellen c g und b h auf der Linie c g; haben also auch gleichen Inhalt. Deßwegen wird (wenn man Gleiches statt Gleichem nimmt) auch c d e = c g h am Inhalte seyn.

c d e ist die Hälfte des Quadrates b c e d, so wie c g h von g h l c, folglich ist das Quadrat b c e d = dem Paralellogramm g h c l.

Eben dieses läßt sich von der Gleichheit des Quadrates a b k i und des Paralellogrammes a f h l auf gleiche Art beweisen, folglich ist a f g c = a b k i + b c d e.

Fünfzehenter Satz.

§. 30. Wenn ein rechtwinkliges Dreyeck (Fig. 33.) aus dem rechten Winkel seiger durch b d getheilet wird, so

ent=

entstehen zwey Dreyecke abd und bdc, welche sich unter einander und dem Ganzen ähnlich sind.

Beweis.

Der Winkel abc = adb, bad = bad, folglich der dritte Winkel abd = acb, und das Dreyeck abd ähnlich abc; so auch der Winkel abc = bdc, bcd = bcd, folglich der dritte Winkel cbd = bac, und das Dreyeck cbd ähnlich abc. Weil nun beyde kleine Dreyecke dem großen ähnlich sind; so sind sie auch einander selbst ähnlich.

Daß aber jene Dreyecke einander ähnlich seyen, welche zusammen gleiche Winkel haben, zeiget der folgende Lehrsatz.

Sechzehnter Lehrsatz.

§. 31. Dreyecke, worin die Winkel des einen jenen des andern Dreyeckes gleich sind, sind einander ähnlich, das ist: die den gleichen Winkeln gegenstehende Seiten stehen in gutem Verhältnisse. (Fig. 34.)

Beweis.

Man lege die zwey ähnlichen Dreyecke dergestalt in einander, daß das kleinere in einen ihm ähnlichen Winkel passe, z. B. dbc in abc, so ist de gleichlaufend zu ac, weil die Wechselwinkel bde = bac. (§. 16.) Nun stelle man sich vor, daß beyde Dreyecke durch unzählige in gleicher Entfernung zu ac gezogene Paralellen getheilet, und

sowohl aus den Durchschnittspunkten von ab als bc kleine Seigerlinien auf die Paralellen gezogen worden wären; so entstünden beyderseits gleiche kleine Dreyecke in gleicher Anzahl. Dann in den Dreyecken, welche z. B. an ab hängen, sind die Höhen und alle drey Winkel gleich. Eben so sind die an bc hangenden Dreyecke gleich, folglich ist ab in so viel gleiche Theile getheilet, wie bc, und bd in so viele, wie be. Es verhält sich daher die ganze Zahl der Theile von ab zu jenen von bc, wie die ganze Zahl der Theile von bd zu jener von be. Da man nun das nämliche von den Seiten ac und de beweisen kann, wenn man sich das Dreyeck bde z. B. in den Winkel c geleget, vorstellet, so ist erwiesen, daß in ähnlichen Dreyecken die den gleichen Winkeln gegenstehende Seiten in gutem Verhältnisse stehen.

Siebenzehnter Satz.

§. 32. In zwey Paralellogrammen oder Dreyecken, welche gleichen Inhalt, jedoch verschiedene Grundlinien und Höhen haben, verhalten sich die Grundlinien, wie im verkehrten Verhältnisse ihre Höhen.

Beweis.

Wenn beyde Flächen gleichen Inhalt haben sollen, so müßen die Produkte, welche aus den Grundlinien mit ihren Höhen vermehret entstehen, einander gleich seyn. Ist also in der einen Figur die Grundlinie kleiner, als in der

andern, so muß verhältnißmäßig die Höhe der ersteren größer seyn, als die der andern.

Achtzehnter Satz.

§. 33. Wenn die Senne eines Zirkels (Fig. 35.) a b in zween gleiche Theile getheilet, und auf die Theilung aus dem Mittelpunkte d eine gerade Linie c d gezogen wird, so theilet selbe den Bogen der Senne in zween gleiche Theile, und steht auf der Senne seiger.

Beweis.

Das Dreyeck a e d = b e d, weil a e = b e, a d = b d als Halbmesser, und e d = e d. Deßwegen ist der Winkel a e d = b e d, nämlich d c steht auf a b seiger.

Auch ist der Winkel a d c = b d c, und die Maaße derselben a c und b c sind einander gleich.

Anmerkung.

Hieraus ergibt sich der umgekehrte Fall, daß, wenn eine Senne seiger in zween gleiche Theile getheilet wird, diese Linie immer durch den Mittelpunkt des Zirkels gehe. Sind daher zwo Sennen eines Zirkels gegeben, wodurch man seinen Mittelpunkt finden soll, so darf man nur beyde seiger in zween gleiche Theile theilen. Und weil in beyden Seigerlinien der Mittelpunkt des Zirkels steht, so kann er sich nirgend anders befinden, als wo sie sich durchschneiden.

Auf diese Art werden drey gegebene Punkte, welche nicht in gerader Linie stehen, dergestalt in einen Zirkel eingeschrieben, daß jeder derselben sich im Umkreise befinde, wenn man sich die geraden Linien, wodurch man die Punkte verbinden kann, als Sennen des zu beschreibenden Zirkels vorstellet. Und weil die Ecken eines jeden Dreyeckes drey Punkte vorstellen, die nicht in gerader Linie stehen, die Seiten des Dreyeckes aber als Senne eines umzuschreibenden Zirkels angesehen werden können, so weis man auch die Art und Möglichkeit, jedes Dreyeck in einen Zirkel einzuschreiben.

Ein und zwanzigste Erklärung.

§. 34. Ein Winkel, welcher mit seiner Spitze im Mittelpunkte eines Zirkels steht, uud mit den Schenkeln den Umkreis berühret, heißt ein Zentralwinkel: steht aber die Spitze des Winkels so, wie seine Schenkel am Umkreise, so heißt er ein Peripheriewinkel.

Neunzehnter Satz.

§. 35. Ein Winkel am Umkreise hat zum Maaße den halben Bogen, den seine Schenkel vom Umkreise abschneiden, da hingegen ein Winkel am Mittelpunkte den ganzen durch die Schenkel abgeschnittenen Bogen mißt.

Beweis.

Erster Fall. (Fig. 36.) Wenn Zentral- und Peripheriewinkel einen Schenkel miteinander gemein haben, so mißt der Winkel a d c den halben Bogen a c, weil der Winkel a b c = a d c + b c d. (§. 18.) Da aber das Dreyeck b c d gleichschenklig ist, also ist nach §. 20. a d c = b c d, und a b c = 2 a d c, nämlich a d c ist die Hälfte von a b c, und mißt daher nur $\frac{ac}{2}$.

Zweyter Fall. (Fig. 37.) Wenn beyde Winkel in einander stehen, so messe a d c den halben Bogen a c. Man ziehe durch die Spitze der Winkel die Linie e d, so ist nach §. 18. a b e = a d b + b a d oder nach §. 20. = 2 a d b. Eben so ist e b c = 2 b d c, und daher a b e + e b c = 2 a d b + 2 b d c, oder a b c = 2 a d c, das heißt, a d c mißt den halben Bogen a c.

Dritter Fall, (Fig. 38.) wenn die Schenkel beyder Winkel einander durchschneiden. Man ziehe die Linie e d durch die Spitzen der Winkel, so ist wieder nach §. 18. a b e = a d b + b a d, oder = 2 a d b. Eben so ist e b c = b d c + b c d, oder = 2 b d c. Gleiches von Gleichem läßt gleiche Reste, also e b c — a b e = 2 b d c — 2 a d b, oder a b c = 2 a d c, nämlich a d c ist die Hälfte von a b c, und mißt den halben Bogen a c.

Anmerkung.

Aus diesem Satze folget, daß ein rechter Peripheriewinkel einen halben Zirkel unterspanne, folglich jedes rechtwinklige Dreyeck auf dem Durchmesser des umgeschriebenen Zirkels stehe; daß hingegen ein stumpfer Winkel mehr, ein spitziger aber weniger, als einen halben Zirkel, unterspanne.

Zwanzigster Satz.

§. 36. Die Seigerlinie, welche in einem rechtwinkligen Dreyecke aus dem rechten Winkel auf die Hypothenuse gezogen, nach §. 30. das Dreyeck in zwey unter einander und dem Ganzen ähnliche Dreyecke theilet, steht zwischen den entstandenen Abschnitten der Hypothenuse in stätem Verhältnisse; das ist, der kleinere Abschnitt verhält sich zur Seigerlinie, wie eben diese zum größeren Abschnitte. (Fig. 33.)

Beweis.

Da nach §. 31. die in ähnlichen Dreyecken den gleichen Winkeln gegenstehende Seiten in gutem Verhältnisse stehen, so verhält sich a d die kleinste Seite des Dreyeckes a b d zu b d der mitleren Seite eben dieses Dreyeckes, wie b d als kleinste Seite des Dreyeckes b c d zu c d der mitleren Seite desselben.

Ein

Ein und zwanzigster Satz.

§. 37. Wenn zwo gerade Linien ausser einem Zirkel durch ihr Zusammenstoßen einen Winkel machen, (Fig. 39.) mit den Enden der Schenkel aber den Umkreis von innen berühren, so stehen die Schenkel in verkehrtem Verhältnisse gegen ihre eigene äußere Abschnitte, das ist: ab:bc = be:bd.

Beweis.

Nachdem ac und cd gezogen ist, so ist das Dreyeck abc ähnlich bcd, weil der Winkel bac = bcd, indem beyde nach §. 35. den halben Bogen de messen; abc = abc und folglich auch der dritte Winkel aeb = cdb.

In ähnlichen Dreyecken stehen jene Seiten in gutem Verhältnisse, welche gleichen Winkeln entgegen stehen; (§. 31.) also ist ab: bc = be: bd, nämlich der eine Schenkel zu dem andern, wie der äußere Abschnitt des andern zu dem des ersten.

Zwey und zwanzigste Erklärung.

§. 38. Flächen, worin alle Seiten und Winkel gleich sind, heißen regelmäßig. So gibts Drey = Vier = und reguläre Vielecke.

Erste Anmerkung.

Weil ein Zirkel als ein reguläres Vieleck von unendlich vielen kleinen Seiten angesehen werden kann, und dessen

Seiten alle gleich weit vom gemeinschaftlichen Mittelpunkte abstehen, so ist es auch nicht nöthig, zu beweisen, daß jede reguläre Figur in einen Zirkel eingeschlossen werden könne.

Zwote Anmerkung.

Und weil sich jede reguläre Fläche aus ihrem Mittelpunkte in so viele gleiche Dreyecke theilen läßt, als sie Seiten hat, so weis man die Größe eines solchen Flächenwinkels zu finden, wenn man nämlich alle Zentralwinkel, d. i. 360° von dem Produkte abzieht, welches entsteht, da man 180° mit der Zahl der Dreyecke vermehrte; oder welches eins ist, wenn man den Zentralwinkel eines Dreyeckes von 180° abzieht.

Zwey und zwanzigster Satz.

§. 39. Die Seiten eines regulären Sechsecks sind gleich dem Halbmesser eines Zirkels, der um selbes beschrieben werden kann.

Beweis.

Die sechs gleichen Dreyecke, welche sich aus dem Mittelpunkte hinein schreiben lassen, haben sechs gleiche Zentralwinkel, folglich mißt jeder 60°. Die übrigen beyden Winkel eines jeden Dreyeckes haben aber zusammen 120°, wovon jeder 60° erhält, weil die Dreyecke als gleichschenklig betrachtet werden können. Nun sind alle drey Winkel der Dreyecke gleich, folglich sind die Flächenseiten gleich dem Halbmesser des umgeschriebenen Zirkels.

Drey

Drey und zwanzigster Satz.

§. 40. Die Inhalte ähnlicher Flächen verhalten sich gegen einander, wie die Quadrate der gleichnamigen Seiten, d. i. jener, welche den gleichen Winkeln entgegen stehen.

Beweis.

Man nehme sich z. B. zwey Quadrate verschiedener Größe. Jedes wird berechnet, wenn die Grundlinie mit der Seigerhöhe, oder mit sich selbst, vermehret wird. Man sieht also, daß sich ihre Inhalte wie die Quadrate ihrer Seiten verhalten. Nun kann jede Figur so, wie das Quadrat, in Dreyecke getheilet werden, und selbe werden in ähnlichen Figuren, wenn die Theilung auf gleiche Art geschehen ist, auch ähnliche Dreyecke in gleicher Lage liefern, welche gegen ihr Ganzes gleiche Verhältnisse haben. Nun ist jedes Dreyeck die Hälfte seines Paralellogrammes und ein Quadrat eben nichts anderes, als eine Art von Paralellogrammen; man kann daher von der Hälfte eines jeden in Betrachtung seines Inhaltes, nämlich von jedem Dreyecke der ähnlichen Figuren insbesondere das schließen, was man vom Quadrate schloß. Da sich aber in allen ähnlichen Dreyecken die Inhalte so, wie die Quadrate der gleichnamigen Seiten verhalten, darum verhalten sich auch alle ähnliche Figuren so; dann man kann mit Recht von der Aehnlichkeit der Theile auf die Aehnlichkeit des Ganzen schließen.

Fünfte Aufgabe.

§. 41. Eine Figur in ihrem Inhalte nach Willen zu vergrößern oder zu verkleinern, so, daß die neue Figur der alten ähnlich bleibe.

Auflösung.

Man will z. B. ein Paralellogramm dreymal am Inhalte vergrößern. Es wird zwischen einer und drey Grundlinien, nnd eben so zwischen einer und drey Höhen das mitlere geometrische Verhältniß gesucht, und aus dem herausgebrachten das verlangte neue Paralellogramm zusammengesetzet. Figürlich geschieht es also: (Fig. 40.)

Es wird, wenn man die Figur dreymal vergrößern will, z. B. an die Grundlinie des Paralellogrammes a b dreymal ihre Länge in gerader Linie gehängt. Mit der halben Linie a c beschreibt man den halben Zirkel a f c, und errichtet in b, wo die angenommene Linie mit der angestoßenen verbundeu ist, eine seigere b f bis an den Umkreis, so ist diese Linie die Grundlinie des neuen dreymal größeren Paralellogrammes. Eben so wird mit der Höhe verfahren, und die verlangte Vergrößerung kann mit allen Figuren auf ähnliche Art erzielet werden.

Soll aber eine Figur nach Willen (es sey wieder ein Viereck), z. B. dreymal kleiner am ähnlich bleibenden figürlichen Inhalte erscheinen, so theilet man z. B. erstens die Grundlinie b c in drey gleiche Theile; hängt ihr einen sol-

chen

chen Theil ab an; beschreibt mit der ganzen Linie ac einen halben Zirkel, und errichtet in dem Zusammenstoßungspunkte den Seiger bf, so hat man die Grundlinie des dreymal kleineren Viereckes. Auf diese Art suchet man die dazu gehörende Höhe, so ist das Verlangte geschehen.

Beweis.

Das Dreyeck afc ist rechtwinklig nach §. 35, und bf steht auf ac seiger, folglich ist nach §. 36. ab : bf = bf : bc oder umgekehrt bc : = bf : ab. Nach §. 42. der Rechenkunst ist das Produkt der äußeren Glieder gleich dem der inneren, folglich ab × bc = dem Quadrate von bf. Weil nun ab × bc = drey Quadraten von ab, so ist auch das Quadrat von bf = drey Quadraten von ab. Und da sich in ähnlichen Flächen die Inhalte wie die Quadrate der gleichnamigen Seiten verhalten, so gibt bf eine gleichnamige Grundlinie oder Höhe eines neuen Viereckes, welches am Inhalte dreymal größer ist, als dasjenige, in welchem ab als die gleichnamige Grnndlinie oder Höhe bestand. Nimmt man nun die Aufgabe von der Verkleinerung, so zeiget sich wieder, daß das Quadrat von bf = sey bc × ab, nämlich dem dritten Theile des Quadrates aus bc.

Anmerkung.

Weil das, was hier von Paralellogrammen gesagt worden, sich auch von ihren Hälften, den Dreyecken, versteht, jede Fläche aber in Dreyecke getheilet werden kann,

so

so sieht man, daß jede Fläche nach jetzt gezeigter Art gehörig vergrößert oder verkleineret werden könne, wenn man das neue Maaß aller die Fläche einschließenden Seiten, wie gezeiget worden, suchet, und sie in der nämlichen Winkelrichtung wieder zusammensetzet, welche die gegebene Figur hatte.

Man kann sich, besonders bey mehrseitigen Flächen, die Arbeit verkürzen, wenn man aus einem Punkte oder einer Ecke die Fläche durch Diagonale in Dreyecke theilet, nur von einer Seite die neue gefoderte Länge findet, die übrigen aber immer von dem Ende der nächstgefundenen zwischen den Diagonalen gleichlaufend zu den gleichnamigen Seiten auszieht, da dann die ganze Figur der alten ähnlich, und in eben dem quadratischen Verhältnisse vergrößert oder verkleinert erscheint, wie die erste gefundene Seite. Man sehe zur Erläuterung Fig. 41.

Diese Aufgabe kömmt oft im Markscheidewesen vor, da man Karten in ihrem Maaße verändern soll, wo dann die Seiten der Rahmen, welche die Karte einschließen, als auch der dazu gehörende Maaßstab auf gleiche Art behandlet werden müßen.

Sechste Aufgabe.

§. 42. Einen Maaßstab zu verfertigen.

Auflösung.

Erstlich werden auf eine gerade Linie (Fig. 42.) mit dem Zirkel zehn kleine gleiche Theile aufgetragen, welche zehn

Klaf=

Klafter bedeuten, ab. Dann nimmt man mit einem andern Zirkel die ganze Länge derselben, und trägt sie, so oft man will, auf die Linie. Nun errichtet man an beyden Enden Seigerlinien, auf deren jede wieder zehn gleiche kleine Theile abgestochen werden. Die Theilungspunkte der Linien ac und ed werden gleichlaufend zusammen gezogen. Das Stück cf der Linie cd wird nun so, wie ab in zehn gleiche Theile getheilet, und die Punkte alle, wie die Figur zeiget, zusammengezogen und gehörig beschrieben, so ist der Maaßstab fertig. Der Gebrauch dieses zehntheiligen Maaßstabes ist folgender.

Die großen Abtheilungen enthalten jede zehn Klafter, die kleinen aber jede an der Linie cd nur eine. Die von der Linie cf herabgehenden schiefen Linien theilen auf den gleichlaufenden Linien nach dem Grunde der ineinander stehenden ähnlichen Dreyecke jede Klafter von einem Schuh bis in zehen. Wenn man nun hierauf z. B. 23 Klafter 4 Schuhe und 6 Zoll abnehmen wollte, so müßte man den einen Fuß des Zirkels auf der Hauptlinie von 20 Klafter unter den vierten Zwischenraum, der sechs Zolle wegen, um $\frac{6}{10}$theile des fünften Zwischenraumes herabsetzen, den zweyten Fuß aber dergestalt öffnen, daß derselbe in eben der ebensöhligen Richtung die dritte von der rechten gegen die linke Hand herabgehende Linie, welche nämlich mit 3 bezeichnet ist, berühre. Und so verfährt man bey allen abzunehmenden Maaßen.

Itzt

Itzt glaube ich, von der Geometrie zur Vorbereitung für Lehrlinge der Markscheidekunst bis auf einige praktisch-geometrische Aufgaben genug gesagt zu haben. Diese folgen in gegenwärtigem Anhange.

Anhang.

Von der angewendeten Meßkunst.

Erste Aufgabe.

§. 43.

Eine gerade Linie auf dem Felde in zween oder mehr gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Wenn die ganze Linie durch eine Meßkette oder Klafter gemessen worden, so theilet man dieses ganze Maaß in die verlangten Theile, und trägt sie nach und nach mit der Kette wieder auf.

Zwote Aufgabe.

§. 44. Auf eine gerade Linie aus einem in oder außer ihr, oder an ihrem Ende befindlichen angegebenen Punkte einen Seiger zu errichten.

Auf-

Auflösung.

Wie man diese Aufgaben nach §. 21. 22. 23. 24. auf dem Papiere mit dem geöffneten Zirkel verrichtet, so werden sie auf dem Felde durch gespannte Schnüre oder Ketten aufgelöset, indem das eine Ende derselben an einem feststeckenden Pfahle hängt, das andere aber, mit einem Stocke oder Nagel versehen, den nöthigen Bogen oder Zirkelkreis in die Erde gräbt.

Anmerkung.

Ueberhaupt kann alles, was in dem bisher Vorgekommenen durch Zirkel und Lineale auf dem Papiere gemacht worden, auf dem Felde durch Stäbe und Schnüre verrichtet werden.

Dritte Aufgabe.

§. 45. Ein Feld mit Stäben auszumessen.

Auflösung.

Man zeichnet sich die Figur des Feldes nach dem Augenmaaße auf ein Papier, und theilet sie nach Belieben durch Diagonale in Dreyecke; mißt dann auf dem Felde mit der Kette alle Seiten der angenommenen Dreyecke, deren Längen auf die betreffenden Linien des Idealrisses einstweilen vorgemerket werden. Wenn man nun nach diesem Maaße die ächte Figur des Feldes mit seiner Eintheilung

in Dreyecke genau zu Papier gebracht hat, so weis man die Art der Berechnung bereits aus der Geometrie.

Vierte Aufgabe.

§. 46. Die Entfernung zweer Punkte zu messen, zu denen man in gerader Linie nicht kommen kann. (Fig. 1. Tab. 2.)

Auflösung.

Man setze einen Stab in einen Punkt c, wovon man zu a und b in gerader Linie messen kann. Das Maaß der Linie a c wird in gerader Richtung rückwärts in e, jenes von b c aber in d getragen, und die Linie d e gemessen, welche der Linie a b gleich ist.

Beweis.

Die Dreyecke a b c und c d e sind einander gleich, weil zwo Seiten mit den eingeschlossenen oder Gegenwinkeln bey c gleich sind, folglich ist d e = a b.

Anmerkung.

Sollte es die Gegend nicht zulassen, die Linien a c und b c ganz zurück zu messen, so nimmt man von jeder einen gewissen Theil, z. B. den dritten, so ist auch f g der nämliche Theil von a b, nämlich der dritte, weil die Dreyecke a b c und c f g einander ähnlich sind.

Fünf=

Fünfte Aufgabe.

§. 47. Die Entfernung zweer Punkte zu messen, zu deren einem man nur kommen kann. (Fig. 2.)

Auflösung.

Es sey a b die zu messende Entfernung. Man wählet sich einen Standpunkt c, von welchem man beede Punkte sehen, und nach b gerade messen kann, und setzet in der geraden Richtung von a und b einen Stab d. Nun wird b c und c d gemessen und jedes Maaß, wie in voriger Aufgabe in f und e zurück getragen. Aus c wird nach der Richtung von a c eine gerade Linie rückwärts ausgestecket. Eben dieß geschieht mit der Linie f e. Nun schneiden sich beyde Linien f e und a c in g durch, und f g zeiget die Entfernung des a von b oder eigentlich die Länge dieser Linie.

Beweis.

Nach voriger Aufgabe ist das Dreyeck b c d = c e f, folglich ist der Winkel d b c = c f e, der Winkel a c b = f c g und b c = f c, und darum ist das Dreyeck a b c = f c g, also a b = f g.

Sechste Aufgabe.

§. 48. Die Entfernung zweer Punkte zu messen, zu deren keinem man kommen kann.

Auflösung.

Man wählet sich eine Standlinie c d (Fig. 3.) und darinnen einen Punkt e. Diejenigen Winkel a c e, a e c, b e d und b d e, welche durch die Aussteckung der Linien a c, a e, b e, und b d entstanden, werden auf der Linie c d gehörig zurück getragen. Durch die nach diesen Winkeln rückwärts sich durchschneidende Linien c f, e f, e g, und d g bekömmt man die Punkte f und g, welche so weit von einander abstehen, als a von b.

Oder man wählet nach Fig. 4. eine Standlinie c d, macht den Winkel a c d = e c d, b c d = d c f, b d c = c d f, und a d c = c d e, so geben die Durchschnitte der Linien c e, c f, d f und d e die Punkte e und f in eben der Entfernung, in welcher a und b gegen einander stehen.

Beweis.

Die erste Art der Auflösung nach Fig. 3. wird durch die Gleichheit der Dreyecke a c e mit f c e, und b d e mit e d g bewiesen, weil in beeden Fällen eine Seite und die zween anstossenden Winkel gleich sind. Wenn man nun von den drey Nebenwinkeln a e c, a e b und b e d den Winkel a e b, von den Nebenwinkeln c e f, f e g und d e g den Winkel f e g allein, und als gleich mit a e b betrachtet, und beede als Winkel von zwo einander ins besondere gleichen Seiten eingeschlossen sieht, so zeiget sich, daß die Dreyecke a e b und f e g, folglich auch die Seiten a b und f g einander gleich sind.

Die

Die Auflösung nach Fig. 4. wird bewiesen durch die Gleichheit der Dreyecke a c d mit c d e, und b c d mit c d f, weil wieder in beeden Fällen eine Seite mit den zween anstossenden Winkeln gleich sind. Nun ist das Dreyeck a b c = c d e, weil a c = e c, b c = c f, und der Winkel a c d — b c d = e c d — f c d, folglich ist a b = e f.

Siebente Aufgabe.

§. 49. Eine Fläche auf dem Felde mit dem Meßtische aufzunehmen.

Auflösung.

Man wählet entweder nach Fig. 5. einen Punkt im Felde, woraus man alle Punkte des Feldes übersehen kann, für den Tisch, welcher dort genau ebensöhlig und fest gestellet wird, bestimmet den Feldpunkt auf dem Papiere durch eine eingesteckte Nadel, visiret mit dem Diopter auf alle Eckpunkte des Feldes, mißt zugleich alle Linien, welche von dem Mittelpunkte in die Winkel laufen, sticht ihr Maaß nach dem verjüngten Maaßstabe auf dem Brette ab, und zieht die Gränzlinien zusammen. Oder man stellet nach Fig. 6. sich mit dem Tische an eine Ecke des Feldes, visiret und mißt von da gegen alle Ecken des Feldes, und zieht die abgestochenen Punkte zusammen. Oder man stellet nach Fig. 7. den Tisch z. B. in a, visiret gegen b und e, und trägt die Linien nach dem verjüngten Maaße auf; dann stellet man den Tisch in b so, daß der Punkt mit

dem auf dem Papiere befindlichen Punkte b übereinstimme, der Tisch aber die vorige Richtung bey jeder neuen Stellung behalte, und visiret von da gegen c. Nun stellet man sich in c, so, daß mit der gleich bleibenden Lage des Tisches in Betrachtung der Weltgegend die Punkte c genau übereinander kommen, visiret gegen d, von dannen endlich gegen e, und so wird man allmählig mit Aufnehmung jeder Fläche fertig, ohne sie betreten zu haben.

Anmerkung.

Die beständig gleiche Lage des Tisches nach der Weltgegend erhält man entweder durch eine angebrachte Magnetnadel, oder durch genaues Zurückvisiren nach der letzt gezogenen Linie gegen den verlassenen Punkt.

Achte Aufgabe.

§. 50. Die Entfernung zwee Punkte mit dem Tische zu messen, wenn man zu keinem derselben kommen kann.

Auflösung.

Nach dem (Fig. 8.) eine Standlinie cd gewählet und verjüngt aufgetragen worden, so stellet man den Tisch z. B. mit dem Punkte c über c, visiret von da gegen a und b, stellet dann den Tisch mit d über d genau in voriger Lage, und visiret aus d ebenfalls nach a und b. Wo sich nun die Linien bey f und g durchschneiden, dort sind die Punkte, welche nach dem verjüngten Maaßstabe gleiche

Lage

Lage und Entfernung mit den auf dem Felde befindlichen zeigen.

Beweis.

Diese letzten vier Auflösungen gründen sich sichtbar auf die Aehnlichkeit der Dreyecke.

Anmerkung.

Auf diese Art können ganze Gegenden aufgenommen werden, und kömmt es hierbey großentheils auf die zweckmäßige und anwendbarste Art der Arbeit an, die man in allen vorkommenden Fällen zu wählen wissen muß, um seine Arbeiten ohne unnöthigen Zeitverlust verläßlich und brauchbar zu erhalten.

Die eigentliche nähere Beschreibung des Meßtisches sammt aller Zugehör folget bey Beschreibung der verschiedenen Markscheidewerkzeuge.

Gründe der Trigonometrie.

Erste Erklärung.

§. 1.

Die Trigonometrie ist eine Wissenschaft, welche lehret, aus drey gegebenen Theilen eines Dreyeckes, worunter jedoch wenigstens eine Seite angegeben seyn muß, die übrigen drey Theile zu finden.

Theile der Dreyecke sind: drey Seiten und drey Winkel.

Zwote Erklärung.

§. 2. Fig. 9. Tab. 2. Die Seigerlinie, welche bey einem Winkel von dem Endpunkte eines Schenkels auf den andern Schenkel gefället wird, heißt die Höhe oder der Sinus des Winkels. d h wäre der Sinus des Winkels d b h.

Der Sinus des Winkels d b f, welcher mit dem Winkel d b h 90° mißt, heißt der Sinus des Komplementwinkels, oder Cosinus des Winkels d b h.

Weil aber d b f h ein Paralellogramm ist, so ist das Dreyeck d b h = d b f, und der Cosinus d f = b h, so wie der Winkel d b f = b d h.

Es

Es ist nach dem Gesagten der Sinus eines rechten Winkels der größte Sinus, der möglich ist. a b g = 90°, folglich ist b g die Seigerlinie, welche aus g auf a b gefället werden kann, selbst der Sinus dieses rechten Winkels.

Ein stumpfer Winkel hat den Sinus seines Nebenwinkels gemein, welcher mit ihm 180° mißt. So ist d h zugleich der Sinus des Winkels d b i.

Stellet man sich mit d b oder dem Sinus totus, nämlich mit einem ganzen Schenkel des Winkels aus seiner Spitze einen Zirkel beschrieben, in a aber eine Seigerlinie errichtet vor, welche durch die Verlängerung von b d bis in c die Linie a c bestimmet, so ist a d der Tangens des Winkels a b c, b c aber sein Secans. Die auf b g seiger stehende Linie e g ist der Tangens, und b e der Secans des Komplementes c b g, oder der Cotangens und Cosecans von a b c.

Erste Aufgabe.

§. 3. Aus dem gegebenen Sinus totus b d, oder b g, und dem Sinus d h des Winkels d b h den Cosinus d f, oder b h, den Tangens a c, den Secans b c, den Cotangens e g und den Cosecans b e zu finden.

Auflösung.

Erstens: Das Quadrat aus d h oder $\overline{dh}^2$ von $\overline{db}^2 = \overline{hb}^2$ oder $= \overline{df}^2$ dem Cosinus. Hieraus gibt die Wurzel den Cosinus b h oder d f.

Zweytens: $bh:db$ oder $ab = ab:ac$ der Tangens weil das Dreyeck dhb ähnlich ist abc.

Drittens: $dh:bd = bd$ oder $ac:bc$; oder $bh:bd = bd$ oder $ab:bc$ der Secans des Winkels abc.

Viertens: dh oder $bf:hb$ oder $df = bd$ oder $bg:eg$ der Cotangens.

Fünftens: $df:bd$ odee $bg = eg:be$; auch dh oder $bf:db$ oder $bg = db$ oder $bg:be$ der Cosecans weil das Dreyeck bdf ähnlich ist beg.

Erster Lehrsatz.

§. 4. In jedem Dreyecke verhalten sich die Seiten so gegeneinander, wie die Sinus ihrer entgegenstehenden Winkel. (Fig. 10.)

Beweis.

Jedes Dreyeck läßt sich in einen Zirkel einschreiben, und die Seiten desselben kann man sich als Sennen des Zirkels vorstellen.

Jeder Winkel am Umkreise hat den halben Bogen zum Maaße, den er unterspannet (§. 35. der Meßkunst). Werden nun Seigerlinien dg, eg und fg aus dem Mittelpunkte g auf die Sennen ab, ac und bc gezogen, so theilen sie selbe seiger in zween gleiche Theile, so wie die Zentralwinkel agb, bgc und agc. Die Hälften dieser Winkel sind also gleich den Winkeln des Dreyeckes, welche den gleichnamigen durch die Seigerlinien getheilten Seiten entgegen-

gegenstehen; es ist also dgb=acb, egb=bac, und agf=abc.

Nun aber hat dgb zum Sinus bh; egb hat bi; und agf hat ak zum Sinus. Diese drey Sinus sind Hälften der Seiten des Dreyeckes, und verhalten sich daher, wie die ganzen Seiten, weßwegen man aus ihnen ein dem grossen ähnliches Dreyeck bilden könnte, worin sich die Seiten, nämlich die Sinus der Dreyeckeswinkel so verhalten, wie die den gleichnamigen Winkeln gegenstehende Seiten des grossen Dreyeckes.

Es können daher aus drey gegebenen Stücken eines Dreyeckes, wobey wenigstens eine Seite angegeben ist, durch Hilfe der Sinus die drey unbekannten Stücke durch die Folgerung jener auf diese gefunden werden, indem man auch umgekehrt von den Winkelhöhen oder Sinus gegen die den betreffenden Winkeln gegenstehende Seiten der Dreyecke schließen kann. Es gibt aber mehrere Aufgaben dieser Art.

Entweder sind eine Seite und die zween anstehenden Winkel, eine Seite und zween Winkel, worunter nur einer an der gegebenen Seite steht, zwo Seiten und ein uneingeschlossener Winkel, zwo Seiten mit dem eingeschlossenen Winkel, oder alle drey Seiten allein gegeben.

Nachricht.

Man hat, um dergleichen Rechnungen leicht zu machen, mit großer Mühe die sogenannten Sinus-Tafeln verfertiget.

Es wurde nämlich ein rechtwinkliges Dreyeck zum Grunde genommen, dessen Hypothenuse oder größte Seite, welche man als den Sinus totus betrachtete, aus 10,000000 gleichen Theilen bestand, die übrigen zwo Seiten oder Catheden aber sah man als die Sinus und Cosinus der anderen zween Winkel des Dreyeckes an, weil sie unter allen möglichen Aenderungen von Minute zu Minute zusammen 90° besitzen. So wie daher ein Winkel wächst, so mindert sich der andere, und man bestimmte den Sinus und Cosinus der Winkel nach dem angenommenen Maaße des Sinus totus von einer Minute angefangen, bis auf 90° auf folgende Art. (Fig. 11.)

Man bildete sich in Gedanken einen Zirkel, dessen Durchmesser 20,000000 gleiche Theile besaß, und hierin ein reguläres Sechseck geschrieben vor, da dann jede Seite desselben dem Halbmesser gleich war, folglich eine Länge von 10,000000 gleichen Theilen hätte. Eines von den sechs gleichseitigen Dreyecken ward auf die Senne seiger in a in zween gleiche Theile getheilet, und also war a b der Sinus des Winkels a c b von 30°, und dieser Sinus hat die Länge von 5,000000 Theilen. Zugleich fand man den Cosinus, nämlich den Sinus des Winkels von 60°, da man das Quadrat des gefundenen von dem des Sinus totus abzog, und den Rest entwurzelte.

Nun stellte man sich b d als die Seite eines regulären Zwölfeckes vor, deren Länge man fand, da der Cosinus vom Sinus totus abgezogen, der Rest d a und der

Si-

Sinus ab ins Quadrat erhoben, und nach Vereinigung beyder die Wurzel ausgezogen ward. Die durch die Seigerlinie ce erhaltene halbe Linie bf gab den Sinus des Winkels von 15°, und fc, welches man wie obigen Cosinus suchte, gab den Sinus des Nebenwinkels von 75°. Eben so ist man weiter bis ins kleinste, allenfalls auch mit einem eingeschriebenen Quadrate oder regulären Fünfecke verfahren, bis man durch verschiedene Zusammensetzungen der aus diesen Figuren erhaltenen Sinus und Cosinus, Tangenten und Secanten die sogenannten Sinus-Tafeln so vollständig zusammenbrachte, daß selbe von einer Minute angefangen bis zu 45° auf einer Seite die Sinus, Tangenten und Secanten, auf der Gegenseite aber unter der nämlichen Reihe die Cosinus, Cotangenten und Cosecanten eines jeden rechtwinkligen Dreyeckes finden lassen, welches unter einem angenommenen Winkel die größte Seite von 10,000000 gleichen Theilen besitzt.

Hat der betrachtete Winkel 45°, so sind Sinus und Cosinus gleich; von daher aufsteigend wächst der Sinus in eben dem Verhältnisse, wie der Cosinus bis 45 Grade abgenommen hatte, der Cosinus aber verkleinert sich in eben dem Maaße, als der Sinus bis 45° zugenommen. Man darf also die Tabellen nur dergestalt bey den Winkeln, welche über 45° messen, verkehrt gebrauchen, daß man statt des Sinus den Cosinus, und statt diesen jenen in die Berechnung nehme.

Bey dieser Gelegenheit darf ich die Entstehung und den Gebrauch der Logarithmen nicht ganz übergehen.

Dritte Erklärung.

§. 5. Wenn man sich zwo Reihen Zahlen so untereinander geschrieben vorstellet, daß die eine in einem geometrischen, die andere aber in einem arithmetischen beständigen oder aufsteigenden Verhältnisse fortläuft, so wird jede Zahl der unterstehenden Reihe der Logarithmus der mit dieser übereinstimmenden Zahl der oberen Reihe genannt.

Beyspiel.

Nimmt man eine Reihe natürlicher Zahlen dergestalt ins geometrische Verhältniß, daß die erste z. B. 1, die zwote 10, die dritte 100 u. s. w. macht, daß also ihr jedesmaliger Quotus immer 10 ist; die zwote Reihe aber so, daß z. B. die obenan stehende Eins eine Nulle, die 10 Eins, das 100 Zwey, das 1000 Drey, u. s. w. im arithmetischen Verhältnisse fortgesetzet, erhält, so hat man die Logarithmen der in der oberen Reihe stehenden Zahlen.

Man hat die geometrische Zahlenreihe mit der gemeinen Stuffenleiter der natürlichen Zahlen dergestalt bereits bis auf 100,000 Glieder ausgefüllet, daß der Unterschied der zwey nächsten immer nur eine Einheit ist.

Für die Reihe der Logarithmen mußte nun die nämliche Ausfüllung vorgenommen werden, damit jede der na-

türlichen Zahlen ihren übereinstimmenden Logarithmus erhalten konnte.

Weil aber die Logarithmen der Zahlen zwischen Eins und Zehen, zwischen 10 und 100 u. s. w. keine vollkommene ganze Zahlen, sondern Bruchtheile werden, die Rechnung durch Decimalbrüche aber die bequemste Bruchrechnung ist, so hat man jedem vollkommenen Logarithmus sieben Nullen angehängt, den Logarithmus selbst aber die Characteristica des Logarithmus genannt. So ist also 0 die Characteristica des Logarithmus der natürlichen Zahlen von 1 bis 10, 1 die des Logarithmus der Zahlen von 10 bis 100 u. s. w.

Eben so hing man den natürlichen Zahlen, jeder ins besondere, 7 Nullen an, und, wie man z. B. zwischen 1 und 10 durch Auflösung mehrerer geometrischer stäter Verhältnisse von der Zahl 9 einen Decimalbruch heraus brachte, der dieser Zahl 9 wenigstens sehr nahe kam, eben so mußte man durch viele Mühe mit Berechnung arithmetischer Verhältnisse den der Zahl 9 wenigstens beynahe zukommenden Logarithmus suchen.

Man sieht hieraus, wie unendlich mühsam die Zusammensetzung der Logarithmen-Tafeln gewesen sey, deren Natur es ist, daß die Summe zweer Logarithmen einen Logarithmus gibt, dessen übereinstimmende natürliche Zahl das Produkt ist, welches aus den zwo Zahlen entsteht, die den zusammen genommenen Logarithmen eigen sind. Und so ist der Unterschied zweer Logarithmen der Logarith-

mus

mus des Quotus, welcher entsteht, wenn die natürlichen Zahlen beeder Logarithmen durch einander getheilet werden.

Auch für die Sinus und Tangenten hat man die Logarithmen berechnet, damit man bey großen Berechnungen statt der mühsamen Vermehrungs- und Theilungsrechnungen, durch Anwendung der Logarithmen, die Vereinigungs- und Abziehungsregeln anwenden könne.

Weil jedoch bey dem Markscheidewesen die Eintheilung der Längenmaaße selten, oder niemals in kleinere Theile, als höchstens in Linien geschieht, daher keine so große Unbequemlichkeit durch die Auflösung geometrischer Verhältnisse entsteht, weil man von den Sinus, Tangenten u. s. w. gemeiniglich zwo, auch wohl drey der rechtsstehenden minder bedeutenden Zahlen in den gemeinen Berechnungen vernachläßiget und ganz wegläßt, und daher die Berechnungen durch die Logarithmen bey diesem Fache den Nutzen der Erleichterung nicht gewähren, so begnüge ich mich, den hiernach wißbegierigen Leser an die mathematischen Schriften des Vlack, des Brick und anderer Schriftsteller über die Trigonometrie zu verweisen, und will, so viel es die Kürze erlaubet, den gemeinsten Gebrauch der Logarithmen zeigen.

Beyspiel.

Es sey 12 durch 9 zu vervielfältigen oder zu vermehren.

Der

Der Logarithmus von 12 ist 1,0791812.
von 9 — 0,9542425.

Ihre Summe gibt den Logarithmus 2,0334237, dessen übereinstimmende natürliche Zahl 108 ist.

Bey der Theilung darf nur der Logarithmus des Theilers von dem des zu theilenden abgezogen werden, so ist der Rest der Logarithmus des Quotus. Bey Auflösung eines geometrischen Verhältnißes werden die Logarithmen der bekannten Glieder aus den Tafeln abgeschrieben, und hiermit statt der Vermehrung und Theilung die Vereinigung und Abziehung vorgenommen.

Beyspiel.

Es verhalte sich 1200 : dem Sinus von 42°, 23′ = 218 : S. vom 4ten Gliede.

Der Logarithmus der natürlichen Zahl 1200 ist 3,0791812.
Der des Sinus von 42 Gr. 23 Min. ist 9,8287163.
Der der natürlichen Zahl 218 ist 2,3384565.

Und das neue Verhältniß in Logarithmen ausgedrücket lautet also:

3,0791812 : 9,8287163 = 2,3384565 : x. Das zweyte mit dem dritten Gliede vereiniget 9,8287163
macht 12,1671728
Hiervon das erste Glied 3,0791812
Rest 9,0879916 der Logarithmus des Sinus von 7 Graden und 2 Minuten.

Weil man bey dem Markscheidewesen die vorkommen-

den Winkel nicht genauer, als bis auf einzelne Minuten berechnet, so hat man hinlängliche Genauigkeit, wenn man, da ein erhaltener Logarithmus nicht genau in den Tafeln anzutreffen ist, den nächst kleineren als den ächten und gesuchten annimmt, weil der hierdurch entstehende Fehler nicht eine Minute beträgt. Eben dieses gilt auch von den Logarithmen der natürlichen Zahlen, da das Längenmaaß höchstens eine Eintheilung in Linien erhält, und durch die Annahme des nächst kleineren Logarithmus statt dem erhaltenen der Unterschied nie eine Linie ausmachen kann.

Wie man aber dergleichen Unterschiede näher untersuchen, wie man Logarithmen von Brüchen oder von Zahlen, die das Zehentausendfache übersteigen, und die in den gemeinen Logarithmen-Tafeln nicht gefunden werden, suchen solle, ist ohnedieß den meisten Sinus-Tafeln vorgedrucket, und in vielen trigonometrischen Büchern für jene zu finden, welche hiervon näher unterrichtet seyn wollen.

Ich habe bey diesem ganzen Werke mich des Gebrauches der Logarithmen enthalten, weil ich überzeugt bin, daß man durch den Gebrauch der natürlichen Zahlen, so wie der Sinus und Tangenten, in diesem Fache leichter fortkomme.

Erste Aufgabe.

§. 6. Wenn eine Seite eines Dreyeckes und die zween nebenstehenden Winkel bekannt sind, die zwo übrigen Seiten und den dritten Winkel zu finden. Die Linie a b (Fig. 12.), der Winkel a b c und b a c sind bekannt.

Auf-

Auflösung.

Man zieht die Summe der zween bekannten Winkel von 180° ab, so bleibt der dritte a c b, und man sagt: der S. von a c b : a b = der S. von a c b : a c; oder = der S. von b a c : b c.

Beweis.

Die Sinus der drey Winkel, welche man in den Tafeln zwar nach einem Verhältnisse annimmt, wo der Sinus des rechten Winkels 10,000000 Theile besitzet, verhalten sich gegen einander so, wie die Seiten eines jeden Dreyeckes, welches dem ähnlich ist, dessen Sinus-Verhältnisse man aus den Tafeln erborgte.

Zwote Aufgabe.

Wenn eine Seite a b, und zween Winkel b a c und a c b gegeben sind, wovon nur der eine an der bekannten Seite liegt, das übrige des Dreyeckes zu finden.

Auflösung.

b a c + a c b von 180° läßt den unbekannten Winkel a b c. Das übrige geschieht wie oben.

Dritte Aufgabe.

Wenn zwo Seiten a b und a c, und ein nicht eingeschlossener spitziger Winkel gegeben sind a c b, das übrige zu finden.

Bayerische Staatsbibliothek München

Auflösung.

ab: S. von acb = ac: S. von abc; abc + acb von 180° läßt bac, und der Sinus von acb: ab = S. von bac: bc.

Vierter Aufgabe.

Aus dem gegebenen rechten Winkel und den zween Catheden das übrige zu finden. (Fig. 13.)

Auflösung.

$\overline{ab}^2 + \overline{ac}^2 = \overline{bc}^2$ Die Wurzel hieraus gibt bc, und nun ist bc: S. *totus* = ac: S. von abc; und = ab: S. von acb.

Fünfte Aufgabe.

Wenn zwo Seiten und ein nicht eingeschlossener stumpfer Winkel bekannt sind (Fig. 14.) z. B. ac, bc und abc, das übrige zu finden.

Auflösung.

Man stelle sich aus dem Zusammenstoßungspunkte der bekannten Seiten auf die verlängerte unbekannte eine Seigerlinie cd gefället vor, so erhält man ein rechtwinkliges Dreyeck bcd, worin bc nämlich immer die kleinere bekannte Seite als Hypothenuse, der rechte Winkel, und durch den gegebenen stumpfen auch der Winkel cbd bekannt sind. Ist

nun

Bayerische Staatsbibliothek München

nun dieses Dreyeck nach der ersten Aufgabe aufgelöset, so bekömmt man ac : S. totus = cd : S. von cad ; cab + abc von 180° läßt acb, und der S. von bac : bc = S. von acb : ab.

Anmerkung.

Wenn zwo Seiten von ungleicher Größe mit einem spitzigen Winkel gegeben sind, der an einem freyen Ende der größeren Seite hängt, so kann das Dreyeck spitz- und stumpfwinklig ausfallen. Es ist also nöthig, bey einer solchen Aufgabe mit anzugeben, was man von beyden verlange, z. B. (Fig. 15.)

Sechste Aufgabe.

Es sey ab, bc oder bd, und der Winkel bad gegeben; es soll erstens ein spitz- dann ein stumpfwinkliges Dreyeck daraus zusammengesetzt werden.

Auflösung.

Ist das erste, so ist bc : S. von bac = ab : S. von acb. Beede Winkel von 180° lassen abc, und es ist der S. von bac : bc = S. von abc : ac.

Ist das zweyte, so stellet man sich das rechtwinklige Dreyeck abe vor. Im Dreyecke bde ist bekannt bd, bed, und bde, welches = acb. Also bekömmt man be, so wie den Winkel dbe. Der Winkel bde von 180°

läßt adb, und adb + bad von 180° läßt abd, und itzt wird seyn der S. von bad : bd = S. von abd : ad.

Siebente Aufgabe.

Wenn zwo Seiten und der eingeschlossene Winkel eines Dreyeckes gegeben sind, die dritte Seite und die übrigen zween Winkel zu finden.

Weil hier keine Entgegensetzung der Seiten und Winkel, wie in den vorigen Fällen statt findet; so wird hier folgendes Verhältniß angewendet. (Fig. 16.)

Auflösung.

Die Summe der Seiten, welche den gegebenen Winkel einschliessen, verhält sich zu ihrem eigenen Unterschiede, wie der Tangens von der halben Summe der beeden unbekannten Winkel zu dem Tangens ihres halben Unterschiedes. Es sind gegeben ab, bc und der Winkel abc.

Es wird zu besserer Vorstellung aus b mit der kleineren Seite ab ein Zirkel beschrieben, und bc in d verlängert, so ist dbc = ab + bc, nämlich der Summe beyder Seiten; bc — ab, oder — be = ec ihrem eigenen Unterschiede. Dann zieht man ae und hierzu aus c die gleichlaufende fc, welche sich an der verlängerten Linie df endiget. Weil nun der Umkreiswinkel dae einen halben Zirkel unterspannet, so ist er wie dfc ein rechter Winkel und die Dreyecke ade und fdc sind einander ähnlich. Daher ist dbc oder die Summe der Seiten zu ec ihrem eigenen

Unter-

Unterschiede, wie fd:fa. Es ist nun zu beweisen, daß fd der Tangens von der halben Summe der beeden unbekannten Winkel, fa aber der Tangens ihres halben Unterschiedes sey.

In dem Dreyecke abc ist nach der Meßkunst (§. 18.) der äußere Winkel abd = bac + acb. Eben so ist in dem Dreyecke abe der Winkel abd = bac + aeb, oder = 2aeb, weil das Dreyeck aeb gleichschenklig ist. Da nun bac + acb = 2aeb, so ist aeb die halbe Summe der beeden unbekannten Winkel. Eben dieses ist auch fcd wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke aeb und fcd. Es ist aber in der Rechenkunst (§. 45.) erwiesen, daß wenn von der halben Summe zwoer Zahlen oder Größen der halbe Unterschied genommen wird, die kleinere Zahl, oder hier der kleinere Winkel bleibe. Hier ist der kleinere Winkel acb, folglich ist acf der halbe Unterschied der unbekannten Winkel.

Wenn daher fc einen Sinus totus, wie in der neunten Fig. ab, vorstellet, so sieht man, daß fd der Tangens von der halben Summe der beeden unbekannten Winkel, af aber der Tangens ihres halben Unterschiedes sey.

Wird zu der halben Summe der Winkel ihr halber Unterschied genommen, so erhält man den größeren; wird sie aber hiervon abgezogen, so erhält man den kleineren unbekannten Winkel. Nach diesem wird die dritte Seite des Dreyeckes, wie bekannt, durch Entgegensetzung gefunden.

Achte Aufgabe.

Wenn alle drey Seiten eines Dreyeckes gegeben sind, seine drey Winkel zu finden (Fig. 17.).

Auflösung und Beweis.

Hierbey gebrauchet man erstens folgendes Verhältniß: Die größte Seite verhält sich zur Summe der beyden übrigen, wie ihr eigener Unterschied zum vierten Gliede.

Zur besseren Vorstellung beschreibe man mit der kleinsten Seite b c einen Zirkel, und verlängere a b in d, so ist aus der Meßkunst (§. 37.) bekannt, daß, wenn zwo gerade Linien außer einem Zirkel durch ihr Zusammenstoßen einen Winkel machen, mit den andern Enden ihrer Schenkel aber den Umkreis von innen berühren, sich die Schenkel so gegen einander verhalten, wie in verkehrtem Verhältniße ihre äußeren Abschnittstheile. Also ist a c die größte Seite des Dreyeckes zu a d, welches = ist der Summe der beyden übrigen Seiten, gleichwie a h der Unterschied derselben, zu a g dem vierten Gliede.

Wird a g von a c genommen, so bleibt die Senne g c; diese halbiret gibt g e, und b c steht in e auf der Senne seiger (Meßkunst); daher erhält man das rechtwinklige Dreyeck a b e, worin nebst dem rechten Winkel die Seiten a b und a e bekannt sind, und wodurch man nach bekannter Art b e als Cathedus, und hieraus den Winkel b a e, nach diesem aber die Winkel a b c und a c b finden kann.

Nun

Nun folgen einige Anwendungen der Trigonometrie.

Neunte Aufgabe.

§. 6. Die Höhe eines Gegenstandes zu messen, zu dem man kommen kann. (Fig. 18.)

Auflösung.

Erstens wird die Entfernung des Gegenstandes bis zum Standpunkte gemessen a b, wo ein seiger oder senkrecht stehender in 180° eingetheilter nnd mit einem Diopter versehener halber Zirkel oder Winkelmesser a aufgestellet wird, der weiter unten vollkommen beschrieben werden soll. Wenn der Durchmesser des Werkzeuges ebensöhlig gerichtet ist, so visiret man durch den Diopter erstens gegen b, dann gegen c, wodurch man den Winkel b a c erhält. Weil nun durch diese Arbeit in dem Dreyecke a b c die Seite a b, der Winkel b a c, und der rechte a b c bekannt worden, so läßt sich die Höhe b c durch Berechnung finden. Hierzu die Höhe von b bis auf die Sohle gemessen, gibt die ganze Höhe des Gegenstandes.

Zehnte Aufgabe.

Die Höhe eines Gegenstandes zu messen, zu dem man nicht kommen kann. (Fig. 19.)

Auflösung.

Man stellet die Winkelscheibe z. B. in b seiger, so,

daß ihr Durchmesser ebensöhlig stehe, und erhält durch die Visirung nach a, d und e die Winkel abd und dbe. Dann stellet man gerade vorwärts und genau in gleicher Höhe das Werkzeug, wie vorhin, in c, nachdem man die Standlinie bc gemessen hatte, und sieht hiermit wieder nach a, d und e, wodurch man die Winkel acd und dce bekömmt. Wird nun der Winkel acd von 180° genommen, so erhält man acb; und dce von 180° gibt ecb. Es sind also in dem Dreyecke abc die Seite bc, dann die Winkel acb und abc; in dem Dreyecke bce aber die Seite bc, wie die Winkel bce und cbe bekannt, wodurch man ab und be bekömmt. — Wenn nun die Dreyecke abd und bde betrachtet werden, so weis man in dem ersten ab, abd und den rechten Winkel adb; in dem zweyten aber be, dbe und den rechten Winkel bdc, folglich kann man die Höhen beyder Dreyecke ad und dc finden, welche zusammen die ganze Höhe des Gegenstandes geben.

Eilfte Aufgabe.

Die Höhe eines Gegenstandes zu messen, wo man keine Standlinie nach der Richtung der Visirung nehmen darf. (Fig. 20.)

Auflösung.

Man wählet sich eine ebensöhlige Standlinie bc, welche gemessen wird, und visiret in beeden Endpunkten mit einem ebensöhligen Winkelmesser sowohl nach a, als nach

der

der Richtung der Standlinie, und löset hierdurch das Dreyeck b c d in seinen Theilen auf, indem man durch die bekannt gewordene Seite b c, und die Winkel b c d und c b d die Linien b d und c d erhalten kann. Dann visiret man durch das seigere Werkzeug wieder aus beeden Punkten b und c nach a. Hierdurch hat man in dem Dreyecke a b d die Linie b d, dann die Winkel a b d und a d b; in dem Dreyecke a c d aber die Seite c d, wie die Winkel a c d und a d c erhalten, folglich kann man entweder durch eines, oder das andere die Höhe a d des Gegenstandes berechnen.

Hat man eine vollkommen ebene Gegend vor sich, so gibt man nur noch die Höhe des Werkzeuges hinzu. Soll man aber die Höhe des Gegenstandes von einem gewissen Punkte angeben, welcher tiefer liegt, als die Standorte, so verrichtet man besagte Arbeiten auch abwärts beynahe so, wie in der Aufgabe aufwärts geschehen war, und nimmt beyde erhaltene Höhen zusammen.

Zwölfte Aufgabe.

Die Höhe eines Gegenstandes aus zwey seiger übereinander stehenden Fenstern zu messen. (Fig. 21.)

Auflösung.

Erstens sieht man z. B. aus b mit dem vertical gerichteten Werkzeuge nach a und d, mißt seiger den Fensterabstand b c, stellet das Werkzeug in c genau unter b wieder vertical, und sieht aufs neue nach a und e. Nun ist

abd + cbd oder + 90° = abc, und ace von 90° = acb; daher hat man in dem Dreyecke abc die Seite bc und die zween anstoßenden Winkel, und kann daher die Seiten ac und ab erhalten. Weil dann hierdurch in dem Dreyecke ace die Seite ac, der Winkel ace und der rechte Winkel aec bekannt wird, so weis man die Höhe des Gegenstandes bis zu ae zu berechnen.

Ist jedoch ein gewisser Punkt über oder unter e gegeben, der in Betrachtung gezogen werden soll, so darf man die Arbeit dahin aus den nämlichen Standpunkten wiederhohlen, und, wenn der Punkt über e stand, die gefundene Höhe von der Anfangs erhaltenen abziehen; wenn er aber unter e stand, zu der gefundenen Höhe nehmen, um den seigeren Abstand eines gegebenen Punktes von dem andern zu erhalten.

Man sieht aus der Art des Verfahrens, daß die gegebenen Punkte nicht unmittelbar seiger unter einander stehen müssen.

Anleitung zur Markscheidekunst.

Erste Erklärung.

§. 1.

Die Markscheidekunst oder unterirdische Meßkunst lehret, den innern Bergbau auf Gängen, Klüften und Flötzen nach seiner Lage im Grunde, im Aufrisse von vorn und ins Kreutz nach allen seinen Theilen dergestalt auszumessen, und in eine Karte zu bringen, daß man hieraus die Lage des ganzen Grubengebäudes, das Streichen und Verflächen, die Scharungen, Verkreutzungen, Verdrückungen, das Stürzen oder Legen, die Mächtigkeit, die Gegenden und allfällige Ursachen der Veredlung oder Veruneblung, oder sonstige Veränderung der Gänge, auch wohl die über dem Bergbau liegende Tag-Gegend in allen ihren betrachtungswerthen Theilen, dann das der Grube gehörende Feldmaaß abzunehmen im Stande sey. Die Markscheidekunst lehret Gänge und Klüfte auszurichten, wenn man entweder Spuren noch unbebauter solcher Klüfte aufzuweisen, oder schon bebaute in der Grube oder über Tages verlohren hat; oder wenn man eine bekannte Kluft in einer andern Gegend zu finden wünschet, so lehret die

Mark-

Markscheidekunst, wo, und in welcher Richtungslinie man sie aufsuchen solle. Sie lehret endlich die Richtung, die Länge und das Steigen oder Fallen der nöthigen Durchschläge angeben, die über Tages gesetzte Feldmaaßen in der Grube zu bestimmen, allerhand Wasserleitungen auszumessen, die zu Belebung verschiedener Maschinen zu Ab- und Zuleitung der Gruben- und Tagwässer nöthig sind, und ist mit einem Worte: der Spiegel des Bergbaues und eine der unentbehrlichsten Wissenschaften bey demselben.

Zwote Erklärung.

Ein Gang oder eine Kluft wird sich am beßten als ein in ein Gebirge gemachter Schnitt oder Riß und Spaltung vorstellen lassen. Eine dergleichen Spaltung kann also für eine, wenigstens im Ganzen, oder nach Umständen theilweise genommen, ebene glatte Fläche, oder ein im Gebirge steckendes ebenes Blatt gelten, dessen Richtungen nach der Weltgegend sowohl, als nach dem Winkel, den es mit einer ebensöhligen Fläche macht, unendlich verschieden seyn können.

Dritte Erklärung.

Die Lage eines Ganges nach der Weltgegend, welche man einer geraden Linie gleich hält, die ganz ebensöhlig, gleichlaufend mit dem Haugenden und Liegenden des Ganges gezogen werden kann, heißt man das Streichen desselben. Jene gerade Linie aber, welche der Streichungsli-

nie gerade ins Kreutz, gleichlaufend mit dem Hangenden oder Liegenden auf- oder abwärts im Gange gezogen werden kann, bestimmt das Fallen oder Verflächen nach dem Winkel, den diese Linie, von oben herabgenommen, mit einer andern ebensöhligen macht, welche dem wahren Streichen auch ins Kreutz, und zwar ins Liegende, gezogen werden kann.

Vierte Erklärung.

Hat ein Gang weder auf eine noch auf die andere Seite ein merkliches Verflächen, aber ist sein Verflächungswinkel nicht kleiner, als 80°, so heißt er insgemein ein **stehender Gang**. Hat ein Gang das Verflächen von höchstens 25°, oder darunter, so ist er **schwebend**; hingegen **flach** oder **verflächend**, wenn der Winkel seines Fallens zwischen 25 und 80° das Maaß hat.

Fünfte Erklärung.

Man unterscheidet die Gänge nach ihrem Streichen in **Morgen-** oder **Früh-**, in **Abend-** oder **Spät-**, in **Mittag-** oder **Mitternachtgänge**, je nach welcher Weltgegend sie sich hauptsächlich ausdehnen. Eben so wird ihr **Verflächen** oder **Fallen** nach der Weltgegend, und zwar immer nach dem Fallen vom Tage in die Tiefe, bestimmt.

Sechste Erklärung.

Wenn ein Gang einem zum Anhaltspunkte gewählten

Ge-

birgsgehänge, worin der Gang streicht, mit dem Verflächen mehr parallel, als ins Kreutz fällt, so heißt man ihn rechtsinnig fallend. Eben so nennt man eine später entdeckte Kluft in Betrachtung des Fallens gegen die älteren Gänge und Klüfte, oder gegen die Lagen des Gebirggesteines rechtsinnig, wenn sie gegen die genannten Gegenstände mehr gleichlaufen; hingegen widersinnig, wenn sie ihnen mehr ins Kreutz fallen.

Anmerkung.

Die Mächtigkeit oder Breite der Gänge kann entweder dem Streichen ins Kreutz ebensöhlig, oder diesem und dem Verflächen ins Kreutz gemessen werden, welches auch eigentlich die wahre Mächtigkeit eines Ganges bestimmt. Jenes wird auf den Grubenkarten im Grundriße, dieses aber in den Kreutzaufrißen gezeiget. — Der Bergmann weis, daß fast kein Gang oder Kluft, besonders in größeren Strecken, eine genau ebene oder platte Fläche vorstelle. Es diene also demselben zur Wissenschaft, daß man bey jeder Auflösung einer Aufgabe auf Gängen und Klüften jenes Streichen und Fallen der Klüfte in der Gegend betrachten müsse, wo eigentlich die Auflösung angewendet werden soll, ohne auf die etwa gegenwärtigen Veränderungen außer diesem Gesichtskreise zu achten.

Ist aber etwa eine Hauptkarte zu verfertigen, welche das Bild der ganzen Grube vorstellen soll, so trachtet man den Aufriß gleichlaufend mit dem Hauptstreichen des

Haupt-

Hauptbaues zu setzen; der Kreutzriß aber ist in solchen Fällen meistens unbrauchbar, und also überflüßig, weil selten eine Kluft in einer längeren Strecke ganz einerley Streichen beybehält.

Sätze von Flächenschnitten,

deren Beweise einer gehörigen Vorstellung überlassen werden.

§. 2. 1) Wenn zwo platte geradlinige Flächen einander durchkreutzen, so ist ihre Durchschnittslinie immer eine gerade Linie.

2) Durchschneiden sich zwo seiger stehende Flächen, so ist die Scharungs- oder Durchschnittslinie auch seiger. (Fig. 1. Tab. 3.)

3) Durchschneidet ein flach fallendes Blatt ein anderes seigeres gerade in der Kreutzrichtung, so hat die Scharungslinie das Fallen des flachen, und das Streichen des seigeren Blattes. (Fig. 2.)

4) Kreutzen sich zwey gegen einander widersinnig fallende Blätter, so hat die Scharungslinie ihr Streichen zwischen dem der beyden Blätter. (Fig. 3)

5) Scharen einander zwey rechtsinnig fallende Blätter, so fällt das Streichen der Scharung nie zwischen das Streichen beyder Blätter, sondern entweder gegen das Hangende oder Liegende derselben, je nachdem man die durchschnittenen Flächen betrachtet. (Fig. 4.)

6) Haben zween Gänge ein gleiches Streichen, und scharen nur wegen Verschiedenheit des Verflächens zusammen, so ist die Scharung ebensöhlig und gleichlaufend mit dem Streichen beeder Gänge.

Anmerkung.

Bey Auflösung der weiter unten folgenden Markscheideaufgaben ist es sehr nützlich, der Vorstellung der Flächenschnitte durch geschickte Modelle zu Hilfe zu kommen, damit man (weil besonders die Aufgaben wegen der Scharungslinien, von einer Seite gegen die andere betrachtet, immer ganz verkehrt vorkommen, und die Zeichnungen der Figuren, besonders Neulingen im Bergfache, nicht genug Deutlichkeit geben können) den erwünschten Fortgang in diesem Fache erhalte.

Ehe ich die Art irgend einer Auflösung zeige, so ist es nothwendig, die hierzu gebräuchlichen Markscheidewerkzeuge zu beschreiben. Ich gebe daher fürs Erste:

§. 3. Die Beschreibung des sogenannten sächsischen Schinzeuges, welcher heut zu Tage bey dem Bergbaue von den Markscheidern oder Schinern zu den meisten Markscheideauflösungen: dem Verziehen, zu Verfertigung der Karten und Angebung alles auf der Karte Merkwürdigen, so wie zu Beantwortung der meisten in diesem Fache vorkommenden Fragen, hauptsächlich gebraucht wird.

Der sächsische Schinzeug besteht aus einem Gradbogen, Hängkompaß, Zulegzeuge, zwo ins Decimalmaaß getheilten

ten Klaftern, und einer Schnur, samt einigen Holzschrauben; oder, wo selbe wegen Mangel an Gezimmer und Trettwerk oder Gestäng nicht anzubringen sind, aus zween Schämmeln, statt deren man sich auch an beyde Ulmen geschlagener Spreitzen zu bedienen pflegt, um die Schnur zwischen selben spannen zu können.

Der Gradbogen (Fig. 5. Tab. 3.) ist ein aus Messing geschnittener halber Zirkel bey einem Schuh im Durchmesser. An jedem Ende des Durchmessers ist er mit einem von der Eintheilung genau gleich hoch entfernten Hänghacken versehen. Der halbe Zirkel ist aus der Mitte gegen jede Seite in 90°, jeder derselben aber wieder in Halbe, Viertheile oder Achttheile genau eingetheilet, und im Mittelpunkte ein Senkel an einem feinen Haare angebracht.

Die Güte des Gradbogens muß sorgfältig untersucht seyn, theils durch den Zirkel, theils durch öfter wiederhohltes Aufhängen an der nämlichen Stelle einer gut gespannten Schnur, wo der Gradbogen, verkehrt aufgehangen, genau das nämliche immer abschneiden muß, was er von der entgegen gesetzten Seite abschnitt.

Der Hängkompaß besteht aus einem runden flachen Gehäuse von Messing, (Fig. 6 & 7) in dessen genauester Mitte ein seiger gestellter gut gespitzter Stift eine mit Magnet gestrichene, auf beyden Seiten gleichgeformte und dergestalt gerade Nadel in einem daran angebrachten niedlichen Gehäuse trägt, daß ihre Axe, nämlich die gerade Linie, welche von einer Endspitze der Nadel zu der andern

H gezo-

gezogen werden kann, mit ihrem Schwerpunkte genau in einer geraden Linie zusammentreffe. Diese Nadel zeiget durch die an einer in einem gleichen Horizont mit ihr stehenden Zirkelscheibe angebrachte Eintheilung in Stunden, Punkte, oder Grade, die Richtung des Kompaß-Gehäuses nach der Weltgegend an. Gerade der vier und zwanzigsten oder zwölften Stunde, oder der angenommenen Mittagslinie ins Kreutz ist der Kompaß am Gehäuse mit zwey kleinen Löchern versehen, in denen er am Hängzeuge an zwo kleinen Schrauben beweglich hängt. (Fig. 1. Tab. 4.)

Dieser Hängzeug besteht aus einem messigenen Kranze, so groß, daß der Kompaß genugsamen Raum habe, sich in seinen beyden Axen dazwischen zu bewegen. Der Kranz ist mit zween Hänghacken versehen, welche dergestalt eingerichtet seyn müssen, daß die an eine Schnur gehangene Scheibe genau die Richtung der Schnur nach einerley Weltgegend habe. Nun ist im Mittel des Hängzeuges ein zweeter messingener Kranz dergestalt befestiget, daß, wenn jenes an einer Schnur seiger und mit seinen Hacken genau ebensöhlig hängt, auch dieser ganz waagrecht stehe. Endlich sind der Richtung der Schnur oder der Hängplatte genau ins Kreutz zwo kleine Schrauben von gleicher Größe, Richtung und in gleicher Höhe in diesem Kranze für die zwey Löcher des Kompaß-Gehäuses angebracht, worin dasselbe frey spielen und immer ebensöhlig spielen kann, die gespannte Schnur mag steigen oder fallen, wie sie will.

Die Eintheilungen der Kompaßscheiben sind gewöhnlich

lich 24 von der Rechten gegen die Linke gehende sogenannte Stunden, deren jede wieder eine Untertheilung entweder von 8 Punkten, oder für itzt meistens von 15 Graden erhält. Im ersten Falle ist also der ganze Zirkel in 192, im zweeten aber in 360 gleiche Theile getheilet.

Die Eintheilung der Scheibe geschieht darum von der rechten gegen die linke Seite, oder widersinnig, weil die Nadel immer ihre Richtung gegen Mitternacht beybehält, und blos das Gehäus Wendungen erduldet, deren Größe die Nadel auf der Eintheilung anzeiget. Weil also Stunde 6, (Oriens) oder Aufgang bey der Lage der Mitternachtlinie von vorne sich linker Hand in der Eintheilung befindet, so zeiget die Nadel bey der Wendung des Mitternachtpunktes gegen Morgen auch auf der Scheibe die Morgenstunden an, da sie hingegen bey rechtsinniger Eintheilung immer die entgegen stehende Gegend anzeigen würde.

Wenn der Kompaß nach der Angabe ächt verfertiget ist, so hat Stunde 24 oder die Mitternachtlinie gleiche Richtung mit den Hacken und der sie tragenden Schnur; und die Nadel zeiget bey jedem Aufhängen den Winkel, welchen die Schnur gegen die Richtung der Magnetnadel macht, d. i. was für eine Stunde, und wie viel Stundenuntertheilungen die Schnur, und folglich der mit ihr gemachte Zug streiche.

Die Eintheilung der Klaftern muß richtig in zehn Schuhe oder hundert Zolle geschehen, und die Schnur von gutem Zeuge seyn, damit man durch ihre starke Span-

nung einer wahrhaft geraden Linie so nahe, als möglich, komme, worauf es hauptsächlich wegen richtiger Bestimmung des Steigens oder Fallens eines jeden Zuges ankömmt. Schrauben und Schämmel zeigen Fig. 8 & 9. Tab. 3. sattsam, und ihre Bildung ist willkührlich.

Anmerkung.

Weil dem Bergmanne hauptsächlich wegen Leitung der Wässer und bequemer Förderung das meiste an einer richtigen Sohle in der Grube gelegen ist, so ist selbe beym Verziehen eines der vornehmsten Augenmerke eines Markscheiders. Er fängt daher seine Arbeiten am liebsten auf der Sohle an, und trachtet mit seinen Zügen in allen Hauptpunkten der Grube, nämlich auf Kreutzgestängen, bey Erreichung der Klüfte durch Hangend- und Liegendschläge, bey Scharungen der Klüfte, bey Uebersetzungen, Schutten, Haspeln, Schächten, Feldörtern u. d. g., so wie bey Endigung jeder seiner Arbeit in der Sohle anzuhalten, oder, wo dieses unthunlich ist, wenigstens von seinen bemerkenswerthen Punkten die Entfernung bis zur Sohle vorzumerken.

§. 4. Die Arbeit mit dem sächsischen Schinzeuge geschieht auf folgende Art:

Bey dem Mundloche, Schutt oder Kreutzgestänge, wo nämlich angefangen wird, macht man in der Sohle eine Schraube fest, und spannet von da gegen den Ort, den man aufnehmen will, die Schnur an einer andern Schraube,

be,

be, Spreitze, Gezimmer, oder an einem Schämmel so stark, als möglich, auf eine Länge von höchstens 6 bis 7 Klaftern, weil bey einer längern Schnur die Gefahr, von einer geraden Linie zu sehr abzuweichen, immer größer wird. Daran hängt man seinen Gradbogen beyläufig in die Mitte, um zu sehen, was für einen Winkel die Schnur auf- oder abwärts mit einer nach der nämlichen Weltgegend streichenden ebensöhlichen Linie mache, und hieraus das seigere Steigen oder Fallen vom ersten bis zum zweeten Punkte, so wie die Länge der ebensöhligen Linie, welche man sich seiger unter der schief liegenden Schnur gedecket vorstellen kann, berechnen zu können, und merket sich den Winkel nach dem Steigen oder Fallen in die dem Steigen oder Fallen gewidmete Rubriken des Zugbuches nach Graden und Minuten an. Dann hängt man den Kompaß an die Schnur, so, daß immer die Mitternachtseite dem Zuge voran gehe und bemerket: welche Stunde, dann Punkte oder Grade, je nachdem der Kompaß eingetheilet ist, die Nadel auf dem eingetheilten Kranze anzeige, und schreibt das Angezeigte in die dazu vorhandenen Rubriken auf die nämliche Linie. Endlich wird die Länge der Schnur mit den Klaftern gemessen, und der erste Zug ist fertig.

Eben so verfährt man von einem zum andern durch alle Strecken, welche aufgenommen werden sollen, doch so, daß man alles bey jedem Zuge Bemerkenswerthe sich dabey anmerke. An Kreutzgestängen und dergleichen Orten, von wannen man gegen mehrere Seiten zu ziehen hat, wird

immer ein gelassener Punkt bemerket, in welchem man, wenn eine Strecke gemessen ist, gegen die andere wieder ansetzet. Ueberhaupt müssen alle, besonders diese Anmerkungen, sorgfältig verfaßt seyn, damit man beym Auftragen wisse, in welchen Punkten die gemachten Züge an einander zu schliessen seyen.

Um nun die gemachten Züge auf eine Karte bringen zu können, wo sie im Grundrisse alle als ebene Linien vorgestellet werden, da sie hingegen beym Verziehen unter verschiedenen Winkeln bald auf- bald abwärts giengen; so muß jedes Zuges Länge, die man sich als die Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreyeckes vorstellet, ein rechter und derjenige Winkel, den man durch das Aufhängen des Gradbogens erhalten hat, dergestalt zur trigonometrischen Auflösung eines jeden Zuges in ein rechtwinkliges Dreyeck angewendet werden, daß man hieraus sowohl das seigere Steigen oder Fallen, als auch die gerade ebene Linie erhalte, welche von einem Endpunkte des Zuges bis an die gefällte Seigere stößt, und welche mit dieser und der Hypothenuse das genannte rechtwinklige Dreyeck bildet.

Die erhaltene Ebensohle eines jeden Zuges und das dazu gehörende Steigen oder Fallen werden dann in ihre Rubriken auf der nämlichen Linie angemerket, auf welcher der gemachte Zug vorgemerket steht.

Ehe ich ein Beyspiel von der Berechnung eines Zuges geben kann, muß ich beweisen, daß der auf dem angehängten Gradbogen angemerkte, und durch den Senkel angezeigte

zeigte Winkel demjenigen gleich sey, welchen die gespannte Schnur mit der Ebensohle macht.

Lehrsatz.

§. 5. Der Winkel, welchen der an die Schnur gehängte Gradbogen bey einem Schinzuge abschneidet, ist demjenigen gleich, welchen die gespannte Schnur mit der Ebensohle macht. (Fig. 4. Tab. 4.)

Beweis.

Es theilet d f den Gradbogen in zween gleiche Theile, von wannen nämlich die beyderseitige Eintheilung des halben Zirkels in 90° ausgeht; d f ist also auf a b seiger. Daher ist das rchtwinklige Dreyeck d f b durch die nach dem Senkel gezogene Seigere f e in zwey ähnliche Dreyecke d f e und b f e getheilet; folglich sind jene Winkel, welche den gleichnamigen Seiten entgegen stehen, einander gleich, und d f e = a b c dem Winkeln, der durch die Schnur a b und die Ebensohle b c entsteht.

Da man sich nun jeden Zug als ein rechtwinkliges Dreyeck vorstellen kann, worin die Länge der Schnur, ein rechter Winkel a c b, und ein spitziger a b c oder d f e bekannt sind; so läßt sich die Grundlinie b c, und die Seigerhöhe a c finden, wenn man saget:

Der Sinus totus, nämlich der eines rechten Winkels verhält sich: a b der Länge der Schnur = S. des Winkels a b c: a c der Seigerhöhe des Zuges.

Zweytens: S. totus : ab = S. von cab dem Winkel, welcher mit abc 90° macht, : bc der Grundlinie des Dreyeckes.

Beyspiel.

ab sey lang 562″ oder 5 Klafter 62 Zolle; der Winkel abc aber messe 17 Gr. und 15 Minuten. So sind:

10,000000 : 562 = 2965916 : x nämlich ac; dann

10,000000 : 562 = 9550199 : x nämlich bc.

Anmerkung.

Je nachdem man bey dennoch erforderlicher Genauheit sich die Arbeit im Rechnen erleichtern will, kann man nach der Auflösung der Sätze vom ersten und dritten Gliede eine gleiche Zahl der Zahlenzeichen, z. B. zwey oder drey von der Rechten gegen die Linke abschneiden, weil man ohnedieß das Steigen oder Fallen fast nie genauer, als auf Punkte, das Längenmaaß aber nicht genauer, als auf Linien anzumerken, die übrigen kleineren Brüche aber zu vernachläßigen pflegt.

§. 6. Sind nun alle Züge in Betrachtung der Sohlen und Seigerhöhen berechnet, so wird der Kompaß in den Zulegzeug, welcher (Fig. 2. & 3. Tab. 4.) aus einer länglich viereckigen Messingplatte besteht, auf deren Oberfläche in einem daran festgemachten Ringe das Gehäus des Kompaßes einpaßet, dergestalt eingeschraubet, daß die Mitternachtlinie mit den zwo längeren Seiten des Zulegzeuges gleich laufe.

Fürs

Fürs erste wird hiermit auf der Karte die Mitternachtlinie aufgetragen, damit man die Karte vermöge selber immer nach der wahren Richtung der aufgenommenen Grube betrachten, und gebrauchen könne, so wie diese Linie auf allen Arten von Karten gefunden werden muß. Man läßt nämlich die Nadel auf Stunde 24 einschlagen, und zieht mit selber gleichlaufend, d. i. an einer Hauptseite des Werkzeuges eine lange gerade Linie.

Dann wird die Stunde des ersten Zuges, so wie sie beym Aufnehmen sich zeigte, durch Drehung des Zeuges (damit die Nadel wieder genau bey selber einspiele) gesuchet, eine Linie, immer an der nämlichen Seite des Zeuges, gezogen und die Grundlinie des Zuges nach dem verjüngten Maaßstabe darauf abgestochen. An diesen Zug wird der zweete, und so alle Züge mit Beobachtung der bey jedem gemachten Anmerkungen aneinander gehängt, auch jeder bemerkenswerthe Zug mit der ihm zukommenden Zahl bezeichnet, damit man ihn bey der Ausfertigung der Aufrisse und Beschreibung der Karte sicher finden könne, und so wird der Grundriß allmählig fertig.

Aus den aufgetragenen Zügen im Grundrisse ist nichts anders zu sehen, als die Lage der Stollen, Läufe, Schutte u. d. gl. nach der Weltgegend und gegen einander, ohne ihre Lage nach der Entfernung über oder unter sich, und ohne das Verflächen der Klüfte daraus abzunehmen. Deßwegen muß eine Grubenkarte einen Aufriß oder Durchschnitt gleichlaufend mit dem Streichen derjenigen Kluft, wegen wel-

welcher die Karte verfertiget wurde, und einen Kreutzriß oder Durchschnitt dem Streichen ins Kreutz erhalten. Jener zeiget mir die seigeren Entfernungen von einem Laufe zum andern, die Tiefe der Schutte, Schächte und Haspel, so wie die Steigerungen der Läufe selbst von einem merkwürdigen Punkte zum andern; dieser aber das Verflächen der Klüfte, Schutte und Haspel, so wie die Hangend- und Liegendentfernungen der Klüfte unter einander auf jedem Laufe.

§. 7. Verfertigung eines Grubenaufrisses von vorne.

Man zieht erstens über dem Grundrisse eine dem Streichen der Kluft gleichlaufende gerade Linie über die ganze Karte (Fig. 5. Tab. 4.) und zieht alle jene Punkte, deren Lage nach dem Steigen oder Fallen, und deren seigere Entfernungen man bemerken will, durch seigere Linien auf die angenommene ebensöhlige Hanptlinie auf. Der Anfangspunkt der ganzen Arbeit steht auf der Hauptlinie selbst, aber die seigere Entfernung der übrigen Hauptpunkte über oder unter der Linie wird also berechnet: wenn man nämlich die vom Anfange bis zu dem in Berechnung stehenden Punkte unmittelbar führenden Züge (die Höhen der steigenden und die Tiefen der fallenden jede Post ins besondere) zusammen nimmt, die kleinere Summe von der größeren abzieht, und den Rest nach der Eigenschaft der Summe, von welcher die Abziehung geschehen, entweder als das gesammelte Steigen oder Fallen von dem ersten Punkte bis zu dem verlangten auf der betreffenden seigeren Aufzugsli-

nie

nie von der söhligen über oder unter sich nach dem verjüngten Maaßstabe aufträgt, und immer jene Punkte, welche im Grundrisse durch Züge unmittelbar zusammenhängen, auch im Aufrisse durch gerade Linien zusammenzieht.

Eben so wird der Kreutzdurchschnitt verfertiget, mit dem einzigen Unterschiede: daß man beym Aufrisse von vorne blos die seigeren Entfernungen, bey jenem aber den Endzweck zu erreichen trachten, und hierin das zeigen muß, was von den Eigenschaften eines Kreutzrisses kurz vorher gesaget worden. Weßwegen man auch nicht gerne etwas in einen Kreutzriß zeichnet, als was unmittelbar dazu gehöret, da er sonst durch zu vieles Stopfwerk leicht undeutlich als brauchbar werden kann.

Anmerkung.

Wegen der Zierde der Karten trachtet man die Aufrisse und Kreutzdurchschnitte gleichlaufend mit den Rahmen der Karten zu zeichnen, folglich muß auch das Streichen der in Betrachtung genommenen Kluft diese Lage erhalten. Wenn also das gespannte Papier nicht die dazu geforderte Lage besitzt, so muß sie entweder durch Rückung des ganzen Tisches, oder durch die Wendung des Kompaßes im Gehäuse erhalten werden. Im zweeten Falle wird zwar das aufgetragene nicht die gleiche Weltgegend mit den Zügen in der Natur behaupten, jedoch wird die Karte im Ganzen genommen der Natur ähnlich, und nicht weniger brauchbar ausfallen. Nur muß auch die Mitternachtlinie mit eben der Verrückung

des

des Kompaßes bestimmet werden, mit welcher die Züge aufgetragen wurden.

Von den Eigenschaften des Magnets.

§. 8. Die Haupteigenschaften des Magnets sind: Eisen anzuziehen und jene Seite, mit welcher er diese Eigenschaft äußert, gegen Mitternacht zu wenden, wenn er daran nicht gehindert wird.

Ein Eisenstück mit den Waffen eines Magnetes (die Art, wie Magnete gewaffnet werden, erlasse man mir hier Kürze halber) dergestalt immer gegen eine Seite gestrichen, daß der sogenannte Mittagspol des Magnetes immer vorangeht, erhält auch an dem Ende, wogegen man es strich, die Magnetskraft, d. i. dieses Ende zieht Eisen, und wendet sich gegen Mitternacht, wenn man dasselbe auf einem spitzigen Stifte in seinem Schwerpunkte der willkührlichen Bewegung überläßt.

Da aber der Magnet seine Eigenschaft nicht genau gegen Mitternacht ausübet, auch selbe nach Verschiedenheit der Zeit und Umstände manche Veränderung und Abweichung von der wahren Mitternachtlinie bemerken läßt; so ist es nothwendig, die Art zu zeigen, wie man die wahre Mitternachtlinie zu suchen habe, um mit ihrer Hilfe bestimmen zu können, wie weit eine Magnetnadel, welche man zu einer Markscheidearbeit gebrauchen will, von der wahren Mitternachtlinie abweiche, d. i. was für einen Winkel dieselbe mit der Richtung der frey spielenden Magnetnadel mache.

§. 9.

§. 9. Die wahre Mitternachtlinie, nämlich eine Linie zu finden, welche mit der Axe unserer Erde gleich läuft.

Um die wahre Mitternachtlinie zu finden, setzet man einen viereckigen platten Stein, oder ein Bret in einer Gegend, wo die Sonne wenigstens zwo Vor- und Nachmittagsstunden ununterbrochen darauf scheinen kann, genau waagrecht fest. Hierin wird ein oben zugespitzter Stift, von der Länge, daß der davon durch die anfallende Sonne abgeworfene Schatten in gesagten Stunden nicht über die Platte reiche, seiger aufgesetzet. Aus dem Punkte, worin der Stift steht, werden einige Zirkelbögen von verschiedener Größe beschrieben, und folgende Bemerkung vorgenommen.

So wie die Schattenspitze des Stiftes Vormittag in den größten Zirkel einfällt, wird in selbem ein Zeichen mit einem kleinen Punkte gemacht. Weil nun die Sonne bis an den Mittag immer höher über unsern Horizont erscheint, so verkürzet sich bis dahin der Schatten des Stiftes immer mehr; nach diesem aber fängt er an, sich in dem nämlichen Verhältnisse Nachmittag allmählig zu verlängern, wie er sich Vormittag verkürzte. Wie also die Spitze des Schattens immer einen der gemachten Zirkel berühret, so wird, wie im Anfange, ein feines Zeichen an dem betreffenden Orte gemacht. Wenn auf solche Art die Schattenspitze Nachmittag alle Zirkel durch ihre Verlängerung durchlaufen, die sie in den Stunden Vormittag durch ihre Verkürzung berührte, so werden jene Bogenstücke, welche die bemerkten Punkte immer zwey und zwey von jedem Zirkel abschnitten,

jedes genau in zween gleiche Theile getheilet, und durch die Theilungspunkte eine gerade Linie in den Mittelpunkt des Zirkels gezogen. Diese Linie ist die wahre Mitternachtlinie, in welcher der Schatten des Stiftes der kürzeste war, der gerade das Mittel von den gleichen Früh- und Nachmittagsstunden behauptet, und folglich die Richtung gegen den Mitternachtpol andeutet.

Anmerkung.

Obschon zur Beobachtung der Mitternachtlinie ein einziger Zirkel hinlänglich wäre; so beweiset doch der Gebrauch mehrerer Zirkel die Güte der vollbrachten Arbeit, wenn die von einem Theilungspunkte in den Mittelpunkt gezogene gerade Linie alle übrigen Punkte durchschneidet.

In Gebäuden bestimmt statt der Schattenspitze ein durch eine kleine runde Oeffnung eingelassener Sonnenstrahl, übrigens ganz auf gleiche Art, diese Linie.

§. 10. Um die Abweichung der Magnetnadel zu erfahren, leget man den Zulegzeug (worin der Kompaß dergestalt passet, daß die Mitternachtlinie mit den längeren Seiten des Zeuges gleich läuft) an die Mitternachtlinie mit einer dieser Seiten und bemerket, wie viel Grade oder Punkte die Nadel von ihr abweichet, damit man auf seinen Karten sowohl die eigentliche, als falsche Mitternachtlinie anzeigen, als hierdurch die Karte (es mag sich mitlerer Weile die Abweichung des Magnetes ändern, wie sie

will)

will) für immer, ja selbst für jeden andern Kompaß, brauchbar erhalten könne.

Erste Aufgabe.

§. 11. Einen Punkt über Tages seiger über einem in der Grube bestimmten Punkt, nnd die zwischen beeden bestehende Seigertiefe anzugeben.

Auflösung.

Wenn man von der Mündung der Grube bis zu dem verlangten Grubenpunkte, z. B. in ein Feldort gezogen, und hierüber eine Karte im Grunde verfertiget hat, so kann man hiernach die Weltgegend und die ebensöhlige Entfernung des verlangten Tagepunktes mit dem Kompaß und Zirkel finden. Nun fängt man von dem nämlichen Punkte an der Mündung der Grube, von wannen man unterirdisch verzog, an, sich mit Tagzügen der Gegend über dem Grubenpunkte so gut zu nähern, als es durch bloßes Augenmaaß möglich ist, und trägt die gemachten und berechneten Züge gehörig auf die Karte, wodurch sich zeiget, wie weit man bis itzt den wahren Punkt über Tages verfehlet habe, der genau mit dem Grubenpunkte übereinstimmen soll. Itzt wird der Grubenpunkt mit dem über Tages nur indessen durch einen Pflock bemerkten Punkte zusammengezogen, und von dieser geraden Linie sowohl die Stunde, als Länge gesucht. Wenn nun der Unterschied oder die erhaltene Linie nur wenige Klafter beträgt, so kann der wahre Punkt über

Tages

Tages durch eine nach der gefundenen Stunde gespannte ebensöhlige Schnur, nach welcher das erhaltene Längenmaaß hingemessen wird, ohne weiters ausgestecket werden. Widrigen Falles werden die nöthigen mehreren Züge, wodurch man dem Punkte zum zweytenmal näher zu kommen trachtete, den alten auf der Karte zugesellet, bis man endlich im Stande ist, durch eine einzige Schnurspannung den verlangten Punkt zu erreichen.

Sollte es die Taggegend nicht zulassen, die Schnur nach Willen eben zu spannen, so ist man zufrieden, sie unter der gehörigen Stunde etwas länger zu spannen, und durch den Gradbogen ihr Verflächen abzunehmen. Dann löset man nach diesem Winkel das folgende Verhältniß auf: der S. des Nebenwinkels: S. totus = die verlangte eben zu messende Länge zu dem Stücke, welches nach der schiefen Schnur bis über den verlangten Punkt gemessen werden soll.

Anmerkung.

Diese Aufgabe dienet nicht allein zu Aussteckung der Feldorte über Tages, sondern auch z. B. zu Bestimmung eines Punktes für einen seigeren Treibschacht u. d. gl., hauptsächlich dienet sie verkehrt angewendet zu Bestimmung der Markstattslinien, oder Punkte in der Grube.

Wie man dann nach den gemachten Tag- und Grubenzügen die seigere Entfernung beeder Punkte bestimmen solle, ist schon aus dem, was wegen Aufrissen gesagt worden, zu schließen.

Zwo-

Zwote Aufgabe.

Einen Durchschlag anzugeben, nämlich zu bestimmen, wie viel von einem angegebenen Punkte, von welchem man gegen einen andern durchschlagen will, die Entfernung oder das ebensöhlige Mittel betrage; unter welcher Stunde oder Richtung nach der Weltgegend, und mit was vor Steigen oder Fallen der Sohle man zu bauen habe; dann allenfalls auch, was für eine schiefe oder flache Entfernung von einem Punkte zum andern sey, wenn beede Punkte um ein beträchtliches in der Ebensohle von einander unterschieden sind.

Auflösung.

Die Grube wird dergestalt verzogen, daß beede Punkte auf der Karte aufgetragen werden können. Zieht man nun diese beeden Punkte durch eine gerade Linie im Grundrisse zusammen, so zeiget ihre Länge die ebensöhlige Entfernung, der daran gelegte Kompaß aber die Stunde des zu betreibenden Schlages. Und wenn man endlich durch die Berechnung der Seigerhöhen eines jeden Zuges, und die Abziehung der steigenden Züge von den fallenden, oder umgekehrt, das seigere Steigen oder Fallen von einem Punkte zu dem andern erhalten hat, so kann man leicht in dem Dreyecke, worin ein rechter Winkel, die Grundlinie und Seigerhöhe, nämlich die zween Catheden bekannt sind, die Hypothenuse oder die schiefe Entfernung beeder Punkte

und den Winkel, welchen die Hypothenuse mit der Ebensohle macht, nach der Trigonometrie finden.

Anmerkung.

Diese Aufgabe lehret alle Durchschläge und Entfernungen zweer Punkte angeben, sie mögen ebensöhlig liegen oder nicht.

Dritte Aufgabe.

Das wahre Streichen und Verflächen einer Kluft anzugeben, wenn man durch das Verziehen zween Punkte gleich weit vom Hangenden oder Liegenden entfernet, beede z. B. auf der Sohle durch eine gerade Linie zusammengezogen, mit ihrem Steigen oder Fallen, und darum als das falsche Streichen der Kluft bekannt hat, weil diese Linie nicht ebensöhlig steht; und wenn man das falsche Verflächen der Kluft, dann die Stunde, nach welcher es abgenommen worden, weis. (Fig. 1. Tab. 5.)

Auflösung.

Im Grundriße A zeiget sich z. B., daß man von a gegen b gezogen, hierbey, wie der Kreutzriß B zeiget, das Steigen a b erhalten, und folglich auf dem Grundrisse die Linie a b als ein falsches Streichen angesehen werden müsse, da die Linie a c im Gange ebensöhlig steht, b aber wegen der Steigerung zu weit ins Liegende fällt. b c im Grunde ist die Stunde des abgenommenen falschen Fallens, a c b aber im falschen Kreutzrisse der falsche Verflächungswinkel.

Um

Um nun das wahre Streichen a c im Grunde angeben zu können, so wird b c auf folgende Art gefunden. In B ist a b das Steigen, a c b der falsche Fall, und b a c der rechte Winkel bekannt, wodurch die Grundlinie a c gefunden, und statt der gleichen b c in A nach der nämlichen Stunde von b gegen c getragen wird, unter welcher man das falsche Fallen abgenommen hatte. Daher gibt a c nun das wahre Streichen im Grunde, weil beede Punkte, wie B zeiget, in einer Ebensohle der Kluft liegen.

Um nun hieraus auch das wahre Fallen der Kluft zu bestimmen, welches nach der Richtung von b d in A, nämlich dem wahren Streichen ins Kreutz genommen werden muß; so ist erstens in A das Dreyeck b c d aufzulösen, damit man die Grundlinie des wahren Kreutzrisses, nämlich a d erhalte. Weil mir die Stunde des falschen, und durch die Stunde des wahren Streichens (welches entweder durch Anlegung des Kompaßes oder durch Berechnung erhalten wird) die Kreutzstunde oder die des wahren Fallens bekannt wird, so gibt ihr Unterschied den Winkel c b d in A, und nebst dem ist b d c als ein rechter Winkel, und b c im Dreyecke b d c, folglich durch die Berechnung auch b d oder bey C auch a d, nebst dem aber die Seigerhöhe b d, und der Winkel a d b als ein rechter Winkel in C bekannt. Es kann also in C der wahre Fall der Kluft, nämlich b a d durch Berechnung gefunden werden.

Anmerkung.

Man sieht aus dem wahren Kreutzrisse C, wie beede Punkte des wahren Streichens a und c im Punkte a, im falschen aber, wie die falschen Streichpunkte in a und b, folglich nicht ebensöhlig liegen, und wie wichtig daher diese Aufgabe sey, wenn man sich im Stande sehen will, von einer aufgenommenen Kluft einen ächten und brauchbaren Kreutzriß zu verfertigen.

Dieser nämliche Fall kann ganz verkehrt vorkommen, wenn man statt von a in b gestiegen zu seyn, annimmt, man sey gefallen, da dann zwar die nämliche Auflösung statt findet, mit dem Unterschiede jedoch, daß, wie hier die Bestimmung des wahren Streichens ins Hangende fiel, dort durch die Stellung der Kreutzrisse auf die Köpfe (daß nämlich ihre Grundlinien obenan stehen) das wahre Streichen ins Liegende der Kluft fällt.

Vierte Aufgabe.

Das wahre Streichen und Fallen einer Kluft zu finden, wo das falsche Streichen, das Steigen in der Kluft vom ersten bis zum letzten Punkte, und das Verflächen durch einen oder mehrere in einem Schutt oder Haspel gemachte Züge nach einer wahren oder falschen Richtung durch den gemachten Grundriß oder durch Rechnung bekannt sind. (Fig. 2. Tab. 5.)

Auflösung.

Im Grundrisse A ist ac das falsche, ab das wahre Streichen, dc oder db die falsche, cd aber die wahre Kreutzstunde für das Fallen. In B dem wahren Kreutzrisse ist fk = cd, fg oder hi das Steigen des Stollens bis zum Haspel = lr und no; qg aber die Seigerhöhe des Haspels = rm im falschen Kreutze, so wie hier pl = bd in A. Durch cd oder or, durch rm und den Winkel orm wird in C der falsche Flächungswinkel rom oder lpm, und durch folgendes Verhältniß pl wegen Aehnlichkeit der Dreyecke orm und plm bekannt, nämlich: rm : ro oder cd = ml oder mr + no : pl. Dieses pl nach dc im Grunde aufgetragen gibt b den Punkt, wodurch ab das wahre ebensöhlige Streichen erhalten wird. Weil die Stunde von bd, so wie die von de, als die Kreutzstunde des wahren Streichens, und zwar erstere entweder durch Anlegung des Kompaßes oder durch Rechnung bekannt ist; so weis man von dem Dreyecke bde die Linie bd, dann bde und bed, und findet, wie bekannt, cd oder fk. Dieses fk, fg und der Winkel gfk lassen in dem Dreyecke fgk den Winkel fkg, d. i. den wahren Fall durch Rechnung finden.

Anmerkung.

Diese Aufgabe kann eben so, wie die übrigen, verkehrt und verschieden verändert vorkommen. Dann entweder kann man vom Anfangspunkte vorwärts statt zu steigen,

gen, gefallen seyn, oder es kann der Schutt oder Haspel statt aufwärts zu gehen, wie es die Figuren zeigen, abwärts betrieben oder ein Abtiefen seyn.

Um daher durch Vermehrung der ähnlichen Aufgaben und verkehrt vorgestellten Figuren diese Abhandlung nicht übermäßig zu vergrößern, empfehle ich einem jeden, sich die vorkommenden Fälle durch geschickte Modelle anschaulicher zu machen, wenn die Einbildungskraft nicht hinreichend seyn sollte.

Fünfte Aufgabe.

Das wahre Streichen einer Kluft zu finden, wozu man durch einen Schutt, Schacht, Haspel, hangenden oder liegenden Schlag gekommen, und wo man die Kluft beyderseits mit steigender oder fallender Sohle geöffnet findet. (Fig. 3. Tab. 5.)

Auflösung.

Man hätte z. B. die Kluft b c durch einen auf selbe zugetriebenen liegenden Schlag in a verkreuzet, von wannen man gegen b und c wegen nöthiger Ableitung des Grubenwassers gestiegen ist.

Es wird daher in der kürzeren und also z. B. weniger gestiegenen Strecke a b im Feldorte b an der Sohle in eben der Entfernung vom Hangenden oder Liegenden aufgehöret, wo man den Punkt in der Sohle bey der Durchkreuzung der Kluft in a angebracht hatte, und das seigere Steigen

von

von a bis b berechnet. Dann verzieht man von a gegen c dergestalt, daß man in der Gegend, wo man mit der Ebensohle von b gleich hoch zu seyn vermuthet, mehrere Punkte in der Sohle, und vom Hangenden oder Liegenden gehörig entfernet, hinterläßt und bemerket. Derjenige Punkt also, welcher in Gleichheit der Ebensohle mit dem Punkte b ganz oder wenigstens beynahe übereinstimmt, wird mit b zusammen gezogen; und so zeiget die gerade Linie bc das wahre Streichen der Kluft, weil beede Punkte in einer Ebensohle und in gleicher Entfernung vom Hangenden oder Liegenden der Kluft angebracht sind.

Sechste Aufgabe.

Wenn man von zween widersinnig gegen einander fallenden Gängen (deren wahres Streichen und Verflächen durch eine bereits bekannte Verfahrungsart bekannt ist) irgend auf einem Laufe die Zusammenscharung derselben weis, nach annoch bekannter seigerer Entfernung eines anderen höheren oder tieferen Laufes zu bestimmen, wie weit man auf dessen Ebensohle dem einen oder andern Gange nach bis zur Scharung zuzubauen habe; dann welche Stunde nach der Weltgegend und was für ein Verflächen gegen die Ebensohle die Scharungslinie der Klüfte besitze. (Fig. 4.)

Auflösung.

Der Grundriß zeiget die zwo widersinnigen Klüfte ac und

und a d, beyde haben ihre bekannte Scharung b am oberen Laufe. Der Kreutzriß B von der Kluft a c zeiget den Verflächungswinkel f e g, welcher auf b c dem Streichen ins Kreutz zu stehen kömmt. Eben so zeiget C den Winkel h i k als das Fallen der Kluft a d, ihrem Streichen gleichfalls auf der Linie b d ins Kreutz gesetzet. Daher gibt a b das Streichen der Scharungslinie im Grunde an.

Um nun fürs erste die Linien b c und b d zu erhalten, so müssen die zween Kreutzrisse B und C nach ihren Theilen untersuchet und berechnet werden. Im Dreyecke e f g ist nebst der Seigerhöhe f g von einem Laufe zu dem andern der rechte e f g, und der Verflächungswinkel f e g, folglich durch die Berechnung auch der Winkel e g f, so wie die Seiten e g und e f oder b c bekannt. Eben so erhält man durch die bekannte Seigerhöhe, dann den rechten Winkel i h k und den Verflächungswinkel h i k den dritten unbekannten Winkel i k h, so wie die Seiten i k und h i oder b d.

Die vier Winkel des Viereckes a c b d messen zusammen 360°, weil jedes Viereck in zwey Dreyecke getheilet werden kann, deren gesammelte Winkel eines jeden besonders 180° messen. Wenn man daher die zween rechten Winkel a c b und a d b, welche durch die Streich- und Verflächungslinien entstehen, von 360° abzieht, so bleibt für die übrigen beeden Viereckwinkel c a d und c b d auch ein Maaß von 180°. Nun weis man aber den Winkel c a d, weil er den Unterschied beyder Stunden mißt, nach welchen beede Gänge streichen, und erhält folglich durch dessen Ab-

ziehung

ziehung von 180° den Winkel c b d. Man hat nun von dem Dreyecke c b d die Seiten b c und b d mit dem eingeschlossenen Winkel c b d, und kann daher nach der 6ten und 7ten Aufgabe der Trigonometrie die beeden unbekannten Winkel b c d und b d c, so wie die dritte Seite c d erhalten, wobey ich nur anzumerken habe, daß, wenn c b d ein stumpfer Winkel ist, und daher zu Findung der Seite c d keine einzelne Entgegensetzung eines Sinus angewendet werden kann, man das Dreyeck b c d als zwey rechtwinklige Dreyecke aus b getheilet sich vorstellen müsse, um die durch zwo besondere Berechnungen rechtwinkliger Dreyecke erhaltene zwo Seiten zu brauchen, welche zusammen genommen die verlangte Linie c d liefern.

Nach diesem werden der Winkel b c d von a c b und b d c von a d b genommen, und das Dreyeck a d c, in welchem a c d, a d c und c d bekannt ist, berechnet, wodurch man a c und a d, nämlich die Längen der Strecken erhält, welche von den unter dem oberen Scharungspunkte dem Verflächen nach gelegenen Punkten c und d bis zur Scharung a des untern Laufes zu öffnen wären. — Das Streichen der Scharuug a b wird gefunden durch das Dreyeck a b d, worin a d, b d und der rechte Winkel a d b, hierdurch aber a b und der Winkel b a d erhalten wird. Dieser Winkel zur Stunde von a d nach der Lage der Klüfte entweder genommen oder davon abgezogen, zeiget das Streichen der Scharung nach der Stunde. — Endlich erfährt man das Fallen oder Verflächen der Scharung vom oberen Laufe gegen

den untern, wenn man sich ein rechtwinkliges Dreyeck vorstellet, wo ab die Grundlinie, fg oder ak aber als die Seigerentfernung der Läufe den rechten Winkel einschließen. Ist nun durch die ins Quadrat erhobenen Catheden die Hypothenuse gefunden, so zeiget sich durch das Verhältniß (die Hypothenuse: Sinus totus = die Seigerhöhe: Sinus des Verflächungswinkels) das Verlangte, welches man auch durch folgendes Verhältniß erhalten kann: die Grundlinie zur Seigerhöhe, wie der Sinus totus zum Tangens des Verflächungswinkels. Und so ist diese Aufgabe aufgelöset.

Anmerkung.

Sollte die Aufgabe so beschaffen seyn, daß man nicht gerade von c oder d, sondern von irgend einem andern Punkte vor- oder rückwärts den Abstand gegen a zu bestimmen hätte, so gibt es einiges Nachdenken, was zu thun sey.

Eben so, wenn die Aufgabe verkehrt vorkömmt, darf ich nur erinnern, daß die Figur rückwärts von a gegen b, nämlich von unten gegen oben betrachtet werden solle.

Siebente Aufgabe.

Obige Aufgabe bey zween gegen einander rechtsinnig fallenden Gängen. (Fig. 5.)

Auflösung.

Der Grundriß A zeiget ab und ac das Streichen beyder rechtsinnigen Klüfte; d den Punkt der Scharung am

obern

obern Laufe; a d das Streichen der Scharung, welches bey rechtsinnigen Gängen immer ausser dem Winkel fallen muß, den beede Gänge machen; den Scharungspunkt a auf dem untern Laufe, dann die beyden Strecken a b und a c, welche von den unter dem obern Scharungspunkt d dem Verflächen nach einfallenden Punkten b und c bis zur Scharung a geöffnet werden müßten. Der Kreutzriß B zeiget die Seigerhöhe f e von einem Laufe zum andern und den Fall e g f der Kluft a c; so wie C die nämliche Seigerhöhe h i und das Fallen h k i der Kluft a b vorstellet.

Es werden also erstens in den Dreyecken e f g und h i k, wie in voriger Aufgabe bey den Kreutzrissen, die Grundlinien e g und h k gefunden, welche den im Grunde gezeichneten Linien c d und b d gleich sind.

Für itzt erweiset man, daß das Dreyeck a b m ähnlich sey c d m: weil a b m und d c m als Winkel, welche durch die auf die wahren Streichen gezogenen ächten Verflächungsrichtungen vorgestellet werden, gleich, so auch die Gegenwinkel a m b = c m d und folglich b a m = c d m sind.

Nun ist aber b a m aus dem Streichen beeder Gänge, als ihr mitten stehender Unterschied, folglich auch c d m als eingeschlossener Winkel der Seiten b d und c d, und daher das Dreyeck b c d durch Berechnung bekannt.

Weil in dem Dreyecke c d m die Seite c d, dann die Winkel m c d und c d m bekannt sind; so ist es thunlich, sowohl die Seite d m, den Winkel c m d, wie auch die

Sei-

Seite c m zu erfahren. Nachdem d m von b d abgezogen worden, so erhält man durch angesetzte Verhältnisse alle Theile des Dreyeckes a b m, weil dieses dem kleinen m d c ähnlich ist, wie erwiesen worden; folglich weis man a b und a m + m c, nämlich die durchzuschlagenden Strecken bis zum Scharungspunkte a. Durch den rechten Winkel a b d und die zwo ihn einschliessenden Seiten a b und b d kann in dem Dreyecke a b d erstens die Hypothenuse a d und dann durch Entgegensetzung der Winkel b a d gefunden werden, der zu dem Streichen der Kluft a b gerechnet oder nach der Lage der Sache davon abgezogen, das Streichen der Scharung nach der Stunde liefert. Endlich zeiget die Linie a d als Grundlinie mit der Seigerhöhe e f, oder h i ein rechtwinkliges Dreyeck, worin die Grundlinie a d mit der zu findenden Hypothenuse den Fall der Scharungslinie gibt, und der wie in der vorhergehenden Aufgabe gesuchet wird.

Anmerkung.

Die Anmerkung der vorigen Aufgabe ist auch für gegenwärtige passend.

Achte Aufgabe.

Nach bekannten wahren Streichen und Verflächen einer Kluft ihr Ausbeissen am Tage auszurichten. (Fig. 6.)

Auf=

Auflösung.

Man geht vom Mundloche oder dem ersten Punkte a, wo sich eigentlich die bekannte Kluft über Tages befindet, nach der bekannten Stunde des Streichens über Tages bis gegen den Ort, an welchem man das Ausbeissen bestimmen will, und erhält durch Berechnung der Züge das gesammelte Steigen oder Fallen von a bis b, wie der Kreutzriß der Kluft zeiget. Ist nun in der Höhe von b die Gegend dem Streichen ins Kreutz ganz ebensöhlig nach der Richtung ec, so müßte man bey der widersinnig fallenden Kluft ac von b die Linie bc, bey der rechtsinnigen aber die Linie be messen, um auf die Punkte ihrer Ausbeissen zu kommen. Diese Linien aber würde man erhalten, wenn man die Dreyecke abc und abe in ihren Theilen durch Berechnung erforschte, da in jedem die Höhe ab, ein rechter Winkel und derjenige Winkel bekannt ist, welcher zurückbleibt, wenn man die Verflächungswinkel von 90° abzieht; und diese waren cah und eag.

Ist aber das Gebirg bey b dem Streichen ins Kreutz donnlägig oder flach, z. B. nach fb, so muß bey der widersinnigen Kluft das Dreyeck abd, bey der rechtsinnigen aber abf in Berechnung genommen werden.

Im ersten Dreyeck ist bekannt ab, bad und abc — cbd, der Winkel, welcher durch das gemessene Fallen des Gebirges erhalten worden; im zweyten aber weis man ab, baf und eba + ebf auf die nämliche Art. Daher werden

den die gefundene Maaßen bd oder bf aus b nach dem Abhange der Taggegend dem Streichen der Kluft ins Kreutz auf die betreffende Seite ausgemessen, den Punkt des verlangten Ausbeissens bestimmen.

Wenn der Anfangspunkt der Arbeit ein durch einen hangenden oder liegenden Schlag gemachtes Kreutzgestäng oder z. B. ein Feldort in der Kluft wäre, so hätte man diesen Punkt fürs erste über Tages nach bekannte Art auszustecken, und das Ausbeissen der Kluft in dieser Gegend müßte gleich Anfangs durch die bekannte Seigerhöhe und durch das Streichen und Fallen bestimmt werden, von welchem erhaltenen Punkte man das Ausbeissen, wie die Auflösung lehret, weiter suchen kann.

Anmerkung.

Hätte man nun von d oder f noch weiter fort und in mehreren Punkten das Ausbeissen der Kluft auszurichten, so würde man die nämliche Arbeit in den erhaltenen Punkten des Ausbeissens von neuem anfangen und sie von einem Punkte zum andern so lang wiederholen, bis das Ziel der Arbeit erreichet wäre. In Fällen, wo man mit der Ausschürfung anstatt, wie hier gezeiget worden, zu steigen, in abfallende und tiefere Gegenden kömmt, als der Standpunkt steht, bleibt zwar die nämliche Auflösung, nur wird die Figur verkehret. Man kann zu mehrerer Sicherheit bey jedem bestimmten Punkte eine Resche bis auf das lebende Gestein aufwerfen lassen, um sich von der Richtigkeit der Arbeit zu überzeugen.

Neunte

Neunte Aufgabe.

Wenn drey Punkte von dem Ausbeissen einer Kluft bekannt sind, welche wegen der ungleichen Lage des Gebirges nicht in einer geraden Linie stehen, das Streichen und Fallen der Kluft zu finden. (Fig. 7.)

Auflösung.

Die drey Punkte a b c befänden sich auf einem Gange, dessen zu findendes Streichen f c ist.

Nachdem man die Seigerhöhen der Punkte a und c gegen b durch das Verziehen erhalten hat, so geht man von dem untersten Punkte b durch a so lange in gerader Linie aufwärts fort, bis der Endpunkt f mit c in gleicher Ebensohle steht. Diese beeden Punkte durch eine gerade Linie zusammen gezogen, geben das Streichen der Kluft.

Es ist jedoch nothwendig, in dem Punkte f auf die Höhe der etwa über dem Ausbeissen in dieser Gegend liegenden Dammerde Rücksicht zu nehmen, welche nicht mit in die Berechnung kommen darf, da man voraussetzte, daß die Kluft in ihren drey Punkten bis auf das Leben entblößet sey; sonst würde der wahre Punkt f zu weit in das Hangende des Ausbeissens fallen. Oft käme man mit der aufwärts gehenden verlangten Verlängerung der Linie b a wegen der Gebirgslage in die Luft, man müßte also die Sache blos durch trigonometrische Berechnung herausbringen, oder auch von c gegen a so weit herabsteigen,

bis

bis man mit b in gleiche Höhe käme, dann erhielte man durch Vereinigung dieser beeden Punkte auch das wahre Streichen. Setzt man nun zu diesem Streichen einen Kreutzriß, so gibt eine durch den obersten und tiefsten Punkt gehende gerade Linie das Verflächen an, und diese Linie läuft auch durch den mitleren Punkt b.

Bey trigonometrischer Berechnung dieser Aufgabe verfährt man kürzlich so: das an dem schief dem Verflächen der Kluft nach vorgestellte Dreyecke f b c angebrachte seiger hangende Dreyeck e b f soll in a d die Seigerhöhe des Punktes a und in e f die Seigerhöhe des Punktes f oder c, dann die Aehnlichkeit der Dreyecke a b d und e b f sichtbar machen. Nun ist in dem Dreyecke a b d die schiefe Seite a b, die seigere a d, und durch das Verziehen der rechte Winkel a d b bekannt, daher weis man auch b d und folgert: a d : e f = b d : e b, oder = a b : b f.

Damit man itzt das Fallen der Kluft bestimmen könne, so stellet man sich vor, das Dreyeck e b i (dessen Theile bekannt sind, weil man b i, b e und durch die Stunden dieser beyden Linien auch den eingeschlossenen Winkel i b e weis) sey durch b h in zwey rechtwinklige Dreyecke, und zwar dem Streichen f c oder i e ins Kreutz, getheilet. Es ist also der Winkel g b h der eigentliche Fall der Kluft, welcher angegeben werden soll.

Durch die bekannte Seite b i, den Winkel b i h und den rechten b h i erfährt man nämlich h i und b h in dem Dreyecke b h i; und weil man in dem Dreyecke b g h nun

b h,

b h, g h und den rechten Winkel b h g weis, so kann man g b h oder den Verflächungswinkel der Kluft hieraus berechnen.

Anmerkung.

Um die Vervielfältigung der Figuren zu vermeiden, ist die gegenwärtige siebente im Perspektiv vorgestellt worden. Ich bin verpflichtet, jenen Lesern, die gewohnt sind, andere, als geometrische Grund- und Aufrisse in mathematischen Büchern zu sehen und zu beurtheilen, diese Nachricht zu geben, damit sie selbe aus dem rechten Gesichtspunkte betrachten und alles so sehen, wie es in der Auflösung angegeben worden. Sollte diese Figur jemanden seine Begriffe nicht genug erhellen, so verweise ich ihn zur Verfertigung eines Modells.

Zehnte Aufgabe.

Die Entfernung zweer Punkte von einander und ihre Lage nach der Weltgegend blos durch Rechnung anzugeben, wenn man von einem Punkte zu dem andern mit dem Kompaße gezogen hat.

Auflösung.

Nachdem man die gemachten Züge, wie gewöhnlich, wegen ihrer Seigerhöhen und Grundlinien berechnet hat, so stellet man sich vor, als wären in dem Mittelpunkte eines Blattes zwo sich unter einem rechten Winkel durchkreu-

tzende gerade Linien gezogen, deren eine auf Stunde 24 und 12, die andere aber auf Stunde 6 und 18 losgienge. Zwischen diese vier rechte Winkel nun fallen die Richtungen aller möglichen Züge.

Dann werden vier besondere Rubriken verfertiget, deren zwey für die durch die nächstfolgende Rechnung erhaltene Grundlinien, zwey aber für die erhaltene Höhen der berechneten Dreyecke dienen.

Nun sucht man den Winkel, den der berechnete Zug Nr. 1 nach der Weltgegend mit der nach Stunde 6 oder 18 gezogenen Linie macht, und löset durch dessen Hilfe ein rechtwinkliges Dreyeck auf, worin nebst diesem ein rechter Winkel und die ebensöhlige Linie des Zuges als Hypothenuse bekannt sind. Die Berechnung geschieht daher, wie die der gewöhnlichen Züge.

Fällt der Winkel, den der Zug mit der nach Stunde 6 und 18 gehenden Linie macht, zwischen Stund 1 und 6, so schreibt man dessen Grundlinie in die erste, seine Höhe aber in die dritte Rubrik. Fällt der besagte Winkel zwischen Stunde 6 und 12, so kömmt die Grundlinie in die erste, seine Höhe aber in die vierte Rubrik. Fällt der Winkel zwischen Stunde 12 und 18, so setzet man die Grundlinie in die zweyte, seine Höhe aber in die vierte Rubrik. Fällt endlich der Winkel zwischen Stunde 18 und 24, so kömmt die Grundlinie des berechneten Dreyeckes in die zweyte, die Höhe aber in dritte Rubrik.

Stunde 6 und 18 liefern eine bloße Grundlinie ohne vor-

vorhergegangene Berechnung, und kömmt jene in die erste, diese aber in die zweyte Rubrik.

Und so gibt Stunde 12 und 24 eine bloße Höhe, nämlich die ebensöhlige Länge des Zuges ohne Berechnung, und wird diese in die vierte, jene aber in die dritte Rubrik gesetzet.

Nach dieser Berechnung aller Züge nimmt man alle Grundlinien der ersten, und so alle der zweyten Rubrik in zwo besondere Hauptsummen, und zieht die kleinere von der größeren ab. Der Rest, welcher gegen die Weltgegend der größeren Summe fällt, wird dergestalt aufgezeichnet, daß man wisse, ob er gegen Morgen oder Abend führe.

Eben so werden die Höhen der dritten, dann der vierten Rubrik in zwo besondere Hauptsummen gebracht, und die kleinere von der größeren genommen. Dieser Rest gibt die Höhe eines Hauptdreyeckes, welches seine Spitze entweder gegen Mittag oder gegen Mitternacht wendet. Dieses geschieht, wenn die Summe der dritten, jenes aber, wenn die Summe der vierten Rubrik die größere war.

Weil nun in dem Hauptdreyecke nebst einem rechten Winkel die Grundlinie und Höhe, oder die zween Catheden durch diese Berechnung bekannt geworden, so weis man die Länge seiner Hypothenuse zu finden, nämlich die eigentliche Entfernung von einem Punkte zum andern.

Dann erhält man durch die Entgegensetzung (die Hypothenuse: Sinus totus = die Höhe des Dreyeckes: x)

den Winkel, welchen die Hypothenuse mit der gegen Stunde 6 und 18 gezogenen Linie macht.

Man weis, zwischen welche der vier Weltgegenden die Hypothenuse fallen solle, und gibt daher den erhaltenen Winkel also an:

Wenn der Winkel zwischen Stunde 24 und 6 fällt, so wird er von 90° abgezogen und der Rest mit 15° getheilet, so erhält man die Stunden und Grade der Richtung. Fällt der Winkel zwischen Stunde 6 und 12, so wird er zu 90° genommen, und die Summe in Stunden umgeschaffen. Steht der Winkel zwischen Stunde 12 und 18, so nimmt man ihn von 270°, und macht den Rest zu Stunden. Endlich wenn der Winkel zwischen Stunde 18 und 24 steht, so gibt man ihn zu 270°, und macht die Summe zu Stunden.

Anmerkung.

Diese Aufgabe lehret, Durchschläge, über einander stehende Tagpunkte mit jenen in der Grube u. d. gl. überhaupt alles anzugeben, wovon schon gehandelt worden, und die gesetzten Fragen im Markscheidewesen durch bloße Berechnungen zu beantworten, ohne erst darüber Karten verfertigen zu müßen. Wie man diese Rechnungsart bey allen Aufgaben in der Markscheidekunst anzuwenden habe, zu sagen, läßt mir die vorgesetzte Kürze nicht zu, weil ich jede Aufgabe besonders mit dieser Rechnungsart aufs neue durchgehen müßte. Ich hoffe, einiges Nachdenken werde dem bedachten Leser das nöthige aufklären.

Wenn

Wenn der Kompaß fehlerlos verfertiget, nämlich genau eingetheilet ist, und besonders den Stift, worauf die Nadel ruhet, genau im Mittelpunkte der Eintheilung hat, ohne außerdem merkliche kleine Fehler zu besitzen, so ist diese Art zu arbeiten dem Auftragen eines jeden Zuges mit dem Zulegzeuge weit vorzuziehen, weil man dort durch die kleinen und unvermeidlichen Fehler, die wegen der Unvollkommenheit unserer Werkzeuge und Sinne wohl bey jedem aufgetragenen Zuge unterlaufen, einen daraus allmählig entstehenden merkbaren Unterschied fast nie vermeiden kann, wenn man auch annimmt, daß diese kleinen Fehler sich oft zum Theil auszugleichen pflegen. Ist man aber gezwungen, sich mit Werkzeugen abzugeben, welche nicht wohl eingetheilet oder mit einem falschen Stiftpunkte versehen sind, so ist es immer noch das sicherste, mit einerley Werkzeuge zu verziehen und aufzutragen, weil die im Großen vorkommenden Fehler unverändert auf das Papier getragen werden.

Wer diese Aufgaben vollkommen begriffen hat, der scheint mir alle andere vorkommende Fälle im Markscheidewesen auflösen zu können.

In Eisenbergwerken und Gegenden, wo man wegen der Nähe gediegenen Eisens und der deßwegen erfolgenden Abweichung des Magnetes nicht leicht sicher mit dem Kompaße aufnehmen kann, bedienet man sich entweder des Meßtisches, des Winkelmessers oder der sogenannten Eisenscheiben.

Beschreibung des Meßtisches und der Art, damit zu arbeiten.

§. 12. Der Meßtisch hat ein dreyfüßiges Gestelle, woran die Füsse unterhalb mit Spitzen versehen sind. Am obern Ende laufen sie an einer hölzernen runden Scheibe in Gewinden, welche durch messingene Schrauben gesperret werden können, damit man die Füsse, nachdem das Gestell am gehörigen Orte durch selbe wagrecht gerichtet worden, durch deren Zusammenziehung fest und unbeweglich machen könne. In der Mitte der runden Scheibe ist ein Loch, worin ein mit einer messingenen Schraube versehenes viereckiges Bretchen eingelassen, und von unten durch ein anpassendes Schraubengewinde nach Belieben los und fest geschraubt werden kann. Ueber dieses Viereck wird in Pfalzen eine viereckige Rahme, und auf diese der untern Pfalzung ins Kreutz in eben dergleichen Pfalzen das Tischbrett eingeschoben, und das Ganze durch angebrachte Schrauben los oder unbeweglich gemacht. Diese Vorrichtung (Fig. 8. 9. & 10.) dienet dazu, daß man das Brett in den Pfalzen nach allen Weltgegenden herumschieben, um den Zapfen aber nach Belieben drehen kann, bis der Punkt auf dem Tische durch einen herabgelassenen Senkel (Fig. 11.) genau über den Punkt an der Sohle, der Tisch aber um den Zapfen nach der verlangten Weltgegend in die gehörige Richtung gebracht worden, ohne deßwegen den ganzen Tisch samt den Füßen bewegen zu müßen.

Be-

Beschreibung der sogenannten Dioptern.

Die Dioptern sind ein Lineal von Messing, an dessen beyden Enden ein Aufsatz in Gewinden beweglich angebracht ist. Jeder Aufsatz hat einen geraden, schmalen, mit den Aufsätzen gleichlaufenden Schnitt der Länge nach herab, über oder unter demselben aber eine eben so gestellte, breitere Oeffnung, worin in eben besagter Richtung ein feiner Faden oder ein Haar gespannet ist.

Die Schnitte mit den entgegengesetzten Haaren müßen, wenn man diese und jene nach einem Gegenstande, z. B. eine aufgesetzte Stange, genau dergestalt in eine gerade Linie richtet, daß das Haar durch den Schnitt betrachtet, die Stange genau decket, eine für alle Richtungen der Aufsätze für immer genau untersuchte gleiche Richtung nach einerley Weltgegend mit dem Lineal erhalten, damit man dieselbe Richtung auf dem Papiere mittels einer durch einen feinen Stift dem Lineal nach gezogenen Linie bekomme. An einem der Aufsätze sind wieder zween kleinere in Gewinden angebracht, damit durch Hebung des großen Aufsatzes auf allen Fall über oder unter sich visiret werden könne. (Fig. 1. Tab. 6.) Wohl gemerket: der Tisch muß immer in allen Theilen der Tafel genau ebensöhlig stehen, weil sonst auch die Aufsätze der Dioptern nicht die gehörige Richtung haben und besonders bey stärker auf- oder abwärts gehenden Arbeiten unmöglich die wahre Richtungslinie angeben würden.

Be-

Beschreibung des Verfahrens mit dem Meßtische.

Ist der Tisch eben, der Punkt am Boden genau unter dem Punkte auf dem Papiere, von welchem man den Anfang machen wollte, hierin eine dünne Nadel seiger gestecket und mittels dem daran gelegten Diopter vom ersten Punkte zum zweeten Gegenstande durch eine am Lineal gezogene Linie die Richtung der Gegenstände zu Papier gebracht, so wird die Entfernung und das Steigen oder Fallen eines Punktes gegen den andern durch eine oder mehr auf Schämmeln oder dergleichen nach einander gespannte und mit Klaftern gemessene Schnüre und durch jedesmal daran gehängten Gradbogen, wonach die Züge nach ihren Grundlinien, Steigen und Fallen berechnet werden, herausgebracht. Die Summe aller einzelnen Grundlinien gibt die ebensöhlige Entfernung von einem Gegenstande zum andern; aus dem berechneten Steigen oder Fallen aber erhält man das gesammte Steigen oder Fallen zwischen beeden Punkten, wie bekannt. Jenes, nämlich die Grundlinie wird sogleich auf dem Tische mit dem Zirkel verjüngt aufgetragen, dieses aber besonders vorgemerket.

Dann wird der Tisch gehörig über den Punkt des zweeten Gegenstandes gestellet, daß er sich genau unter dem auf dem Papiere abgestochenen Punkte befinde. In diesen Punkt nun wird die Nadel gestecket, die Diopter genau an die letzterhaltene Linie geleget und das Tischblatt so ge-

wen-

wendet, daß sich der erste verlassene Punkt genau mit dem Diopterfaden decket, so hat man den Tisch wieder in die auf dem ersten Punkte gehabte Richtung gebracht.

Itzt visiret man nach den dritten Gegenstand, verfährt mit Messung und Auftragung der berechneten Entfernung so, wie vorhin, und bekömmt auf diese Art nach und nach alle verlangte Punkte im verjüngten Maaße auf das Papier.

Anmerkung.

Hier wird so, wie bey den noch zu beschreibenden zweyen Werkzeugen eine große Genauigkeit in der Arbeit erfodert, weil der kleinste Fehler immer größer wird, je weiter man sich mit der fortgesetzten Arbeit davon entfernet, da hingegen ein mit dem Kompaße begangener Fehler immer der nämliche bleibt, auch wohl durch unmerkliche Gegenfehler sich manchmal, wenigstens leichter, auszugleichen pflegt.

Beschreibung des Winkelmessers (Astrolabium) Fig. 2. Tab. 6.

§. 13. Dieses Werkzeug ist gemeiniglich ein ganzer Zirkel von Messing in 360° getheilet, mit einem am Mittelpunkte beweglichen Diopter versehen. Unter sich hat die Scheibe einen Zapfen, mit welchem sie in ein dreyfüßiges Gestelle eingepasset werden kann, und um eine messingene Kugel oder Nuß ebensöhlig gerichtet, um den Zapfen aber nach Willkühr gedrehet wird. Zapfen und Nuß lassen sich durch Schrauben fest machen.

Dieses Werkzeug setzet man dergestalt gleich in den zweeten Punkt der vorhabenden Arbeit, daß derselbe genau unter dem Mittelpunkte der ebensöhlig gerichteten Scheibe liege. Dann richtet man den Diopter auf 360° und visiret durch Drehung der Scheibe um ihren Zapfen auf den ersten Punkt rückwärts, so, daß die 360° der vorzunehmenden Arbeit vorangehen; drehet dann den Diopter, nachdem der Zapfen gesperret worden, nach dem dritten Gegenstande und erhält hierdurch den Winkel, den die verlängerte erste Linie mit der zweyten macht. Die Entfernungen der Gegenstände, dann ihr Steigen oder Fallen erhält man übrigens so, wie bey dem Verfahren mit dem Meßtische. Nun übersetzet man den Winkelmesser in den dritten Punkt und verfährt mit der Arbeit auf ähnliche Art bis ans Ende.

Dergleichen Züge können dann mit einem gemeinen Winkelmesser (Transporteur) aufgetragen werden, wodurch ein erhaltener Winkel nach dem andern so aneinander gestoßen wird, wie sie in der Natur gestanden.

Wenn aber mit dem nämlichen Winkel, den man bey dem Vorwärtsvisiren erhielt, das Werkzeug beym Zurückvisiren, anstatt auf 360° gerichtet wird, so geschieht das Auftragen auch mit einem Kompaß oder einem an ein Anstoßlineal im Mittelpunkte beweglichen Winkelmesser. (Fig. 3.)

Auf dem Meßtische bestimmt man die Mitternachtlinie durch Aufsetzung des Kompaßes in einem Orte, wo die Nadel nicht abweicht, bey dem Winkelmesser aber muß man sich ebenfalls eine mit der Arbeit zusammenhangende Richtungs-

tungs-

tungslinie mit dem Kompaße bestimmen, nach der die Arbeit ihre Richtnng nach der Weltgegend erhält.

Beschreibung der Eisenscheibe.

§. 14. Dieses Werkzeug kömmt mit dem Winkelmesser fast überein und unterscheidet sich dadurch, daß die Nuß unmittelbar im Mittelpunkte der Zirkelscheibe angebracht ist, und daß hier, statt der Diopter, zwey gleiche Lineale, am Ende mit Hacken versehen, im Mittelpunkte beweglich sind. (Fig. 4.)

Man setzet dieses Werkzeug bey ber Arbeit auch gleich Anfangs in den zweeten Punkt, spannet sowohl gegen den ersten, als dritten Punkt an den Hacken der Lineale seine Fäden, drehet die Scheibe in der Nuß also, daß das gegen den ersten Punkt gespannte Lineal 360° abschneide, so zeiget das andere, wie groß der Winkel sey, den die Spannung beyder Schnüre bildet. Dieser Winkel wird vorgemerket und das Verflächen jeder Schnur durch den Gradbogen, ihre Längen aber durch das Messen gefunden und eingetragen. Nach diesem wird die Scheibe mit ihrem Mittel genau in den dritten Punkt gesetzet, von dannen wieder zwo Schnüre, eine an den zweeten, die andere an den vierten Punkt gespannet und durch Drehung der Scheibe auf 360° rückwärts der durch beyde Schnüre entstandene Winkel, ihre Länge und ihr Verflächen aber wie oben gesuchet.

An-

Anmerkung.

Man hat bey fortgesetzter Arbeit nicht nöthig, die rückwärts gehende Schnur nach ihrer Länge und Verflächen neuerdings zu untersuchen, weil es immer schon durch den vorher gegangenen Zug bekannt geworden; und die Schnur wird nach Uebersetzung des Werkzeuges nur darum rückwärts zum zweytenmale gespannet, um immer die Winkel, welche sie mit den folgenden Schnüren macht, zu erhalten.

Weil das Werkzeug, der zu spannenden Schnüre wegen, einen festen Stand erhalten muß, so arbeitet man nicht gerne auf dreyfüßigen Gestellen, sondern am liebsten auf festgeschlagenen Spreitzen, worauf das Werkzeug in Schrauben, so wie die Hacken, woran die Schnüre gespannet werden, angebracht wird. (Fig. 5.)

Man hat hauptsächlich darauf zu sehen, daß der Mittelpunkt der Scheibe immer genau dort einpasse, wo vorhin das gespannte Ende der Schnur sich befand, weßwegen die Zapfen, woran sich die Hacken befinden, alle von gleicher Länge mit dem Zapfen der Scheibe (bis in den Mittelpunkt der Nuß gerechnet) die Löcher aber in den Armen der Kreutzschrauben genau den Zapfen anpassend seyn müssen.

Sollen nun diese gemachten Züge zu Papier gebracht werden, so ist es nicht genug, die Längen der Grund- oder Sohlenlinien zu suchen, und selde mit den erhaltenen Winkeln aufzutragen, sondern weil auch die Winkel selbst im Großen schiefe Richtungen gegen die Ebensohle hatten, wel-

che

che nun alle ebensöhlig auf die Karte getragen werden, so unterliegen auch sie ihrer besonderen Berechnung.

Eilfte Aufgabe.

§. 15. Den schief liegenden Winkel eines mit einer Eisenscheibe gemachten Zuges dergestalt in einen ebensöhligen umzuschaffen, daß die beeden Schenkel, welche diesen bilden, seiger unter die Schenkel, oder gespannten Schnüre des gemachten Zuges, nämlich unter einerley Stunde auf das Papier zu liegen kommen, nach welcher Stunde die Schnüre des Zuges den schiefen Winkel zeigten.

Auflösung.

Man suche erstens das Steigen oder Fallen, dann die Ebensohle jeder Schnur ins besondere, so wie bey gemeinen Zügen.

Wenn man sich nun ein schief gegen eine ebensöhlige Fläche liegendes Dreyeck vorstellet, wovon zwo Seiten, nämlich die Längen der Schnüre, samt dem eingeschlagenen Winkel bekannt sind, den die Eintheilung der Eisenscheibe zeigte, so kann die diesem bekannten Winkel gegenstehende Seite gefunden werden. Nun wird untersuchet, wie weit der erste Punkt von dem dritten seiger abstehe. Diese Höhe betrachtet man als die Höhe eines rechtwinkligen Dreyeckes, welches seiger unter der vorhin gefundenen dritten Linie des schief liegenden Dreyeckes zu stehen kömmt. In diesem Dreyecke sind daher nebst einem rechten Winkel

die Seigerhöhe und die Hypothenuse bekannt. Es kann also die Grundlinie berechnet werden. Diese Linie mit den gefundenen Ebensohlen der gespannten Schnüre macht ein Dreyeck, welches durch die Lage des schiefen Dreyeckes in allen Theilen seiger gedecket wird, wovon alle drey Seiten bekannt sind, durch welche man den Winkel finden kann, der dieser Seite entgegen steht und daher, anstatt des in der Natur erhaltenen schief liegenden Winkels, zu Papier gebracht werden soll.

Die Arbeit mit solchen Eisenscheiben ist wegen itzt gezeigter Berechnungsart sehr ermüdend; die ältere Art von Eisenscheiben aber, welche unbewegt ebensöhlig gebraucht zu werden pfleget, ist ganz zu verwerfen. Die Ursache hiervon ist einleuchtend.

Beschreibung einer Wasserwaage.

§. 16. Die Wasserwaagen, wie man sich ihrer zu Abwägung der Grubensohlen, der Wassergräben, Teichdämme, Wassergefälle und dergleichen zu bedienen pflegt, bestehen aus einer hölzernen zwo Klafter langen Latte, in deren Mitte ein bey vier Schuh langes Kästchen seiger angebracht ist, worin ein an einem Haacken hangender Senkel spielet. An beyden Enden der Latte lassen sich gleiche in Zoll und Linien genau gleich eingetheilte viereckige Stäbe in eisernen Büchsen, welche zu Sperrung derselben mit Schrauben versehen sind, auf- und abschieben. Am untern Theile des Kästchens ist die Hinterwand mit einem Bleche

ver-

versehen, worauf ein Punkt oder seigerer Einschnitt angebracht ist. Dieses Blech kann durch eine an der hintern Außenseite angebrachte Schraube nach Belieben hin und her beweget werden, bis man den wahren Stand des Punktes oder Einschnittes gefunden hat, wo die Waage bey dem Einspielen des Senkels ebensöhlig steht. (Fig. 7.)

Diesen Stand der Waage erfährt man, wenn man sie, nachdem die Füße in gleicher Höhe oder Eintheilung eingeschraubet worden, auf zween in die Erde geschlagene dem Scheine nach ebensöhlig stehende Pflöcke stellet, nnd den Schnitt oder Punkt genau hinter den Senkel schraubet, dann die Waage umkehrt und nachsieht, ob der Senkel wieder genau den Punkt decke. Thut er es nicht, so merke man sich das Mittel des Unterschiedes, lasse den höher stehenden Pflock so lang tiefer schlagen, bis der Senkel dort einspielet, schraube zugleich den Einschnitt dahin und trachte durch wiederhohlte Umdrehung der Waage und Verkleinerung des sich zeigenden Unterschiedes, bis er sich ganz verliert, den Punkt zn treffen, wo der Senkel, von beyden Seiten betrachtet, den Einschnitt oder Punkt genau decket.

Um wie viel Zoll oder Linien nun derjenige Fuß, der der Arbeit voran geht, gegen den hinteren länger oder kürzer unter seiner Büchse heraus steht, um so viel fällt oder steigt die Waage, das heißt: um so viel ist der vordere Punkt oder Pflock tiefer oder höher, als der hintere. Sind aber beede Füße gleich tief herabgelassen, und der Senkel hat in der Waage eingespielet, so stehen die Pflöcke in guter Ebensohle.

Ich glaube die Beschreibung zeige sattsam, wie mit einer solchen Waage zu arbeiten sey.

§. 17. Man hat noch eine Art Werkzeuges, dessen man sich anstatt des sächsischen Schinzeuges zum Verziehen und über Tages zum Aufnehmen verschiedener Gegenstände öfters bedienet, da hiermit die Arbeit zum Theil geschwinder geht, so wie die Winkel der gemachten Züge richtiger abgenommen werden können, als durch die gesamten Schnüre des sächsischen Schinzeuges.

Es ist (Fig. 8.) ein Diopter, welcher sich mit dem an ihm in einem Gewinde befindenden Zapfen entweder in ein Fußgestelle oder in Kreutzschrauben, so wie die gemeinen Winkelmesser, setzen läßt. An der Seite des Lineals ist genau mit den Visirpunkten gleichlaufend ein Faden stark gespannet, wo der daran gehängte Gradbogen den Winkel, der Kompaß aber die Stunde des gemachten Zuges zeiget.

Ich schliesse dieses Werk mit einer Aufgabe, welche hauptsächlich bey Ausschürfung der Flötze durch Suchschächte oder seigere Bohrlöcher anwendbar seyn kann.

Aufgabe.

§. 18. Das Streichen und Fallen eines flachen Ganges oder Flötzes zu bestimmen, wenn man dasselbe durch seigere Bohrlöcher erreichet hat, welche nicht in gerader Linie stehen, und wo die Tiefe eines jeden Loches bis auf das Flötz, so wie auch die seigeren Entfernungen der Lochmündungen unter einander bekannt sind.

Auf-

Auflösung.

Man muß erstens die seigeren Abstände der drey Punkte suchen, in welchen das Flötz erreichet worden. Diese erhält man, da die seigere Entfernung der obersten Lochmündung bis zur Sohle des untersten Loches in eine Summe gebracht, und hievon die Tiefe des obersten Loches abgezogen wird. Der Rest gibt den seigeren Abstand vom obersten bis zum untersten Punkte, in welchem das Flötz erreichet worden. Eben so findet man den Abstand von dem obersten bis zum mitleren Punkte, wo das Flötz erreichet worden, wenn man das Steigen von einer Mündung zur andern mit der Tiefe des mitleren Loches zusammen nimmt, und die Tiefe des obersten Loches davon abzieht.

Das weitere dieser Auflösung ist vollkommen dem gleich, was in der neunten Aufgabe wegen Bestimmung des Streichens und Fallens einer Kluft nach drey über Tages bekannten Punkten des Ausbeissens vorgekommen ist, und darf daher nicht wiederhohlet werden.

Anhang.

Von den Eigenschaften einer gut eingerichteten Markscheiderey.

Nebst dem, daß in einer gut eingerichteten Markscheiderey die nöthigen Werkzeuge von erprobter Güte vorhanden seyn sollen, ist vor allem eine durch genaue Beobachtungen bestimmte Mittagslinie nöthig.

Das Zimmer oder der Saal, worin die Karten ausgefertiget werden sollen, sey hell, standhaft gebauet, vor den Anfällen der allzuveränderlichen Witterung und der Winde gedecket und durchaus eisenfrey, ja sogar genug entfernet von Orten, wo eine größere Menge Eisen aufbehalten oder vorhanden zu seyn pflegt.

Die Tische, worauf die Karten verfertiget werden, auch wohl für immer gespannt bleiben solleu, müßen ebensöhlig und auf starken hölzernen Füßen, oder besser auf eingemauerten steinernen Pfeilern fest stehen.

Es sollen von allen gemachten Ausmessungen die deßwegen vorgenommenen Arbeiten und Züge mit ihren betreffenden Anmerkungen in ordentliche Bücher zusammen geschrieben aufbewahret werden, wobey der Endzweck deutlich angegeben, zugleich die Zeit bestimmt wird, in welcher gearbeitet worden, und endlich auch die Anzeige geschiehet, mit welchem Werkzeuge gearbeitet worden, und unter was

für

für einer Abweichung damals die Magnetnadel des Werkzeuges gestanden, wenn man sich des Magnetes bediente. Denn äusserst selten treffen zwey verschiedene Werkzeuge so vollkommen überein, daß man ohne Unterschied eines oder das andere brauchen könnte. Weßwegen man trachtet, mit dem nämlichen Zeuge aufzutragen, womit die Züge gemacht worden.

Hauptkarten, welche man für die Zukunft zu genauerer Aufklärung, auch wohl zum Nachtragen der allmählig neu entstandenen Gegenstände zu brauchen denket, sollen jederzeit unbeweglich und aufgespannt bleiben, oder wenn ein Mangel an Raume dieses verbieten sollte, so mögen die Tischplatten so vorgerichtet werden, daß man sie, ohne die Karte zu verletzen, abnehmen, im Nothfalle aber genau in ihre vorige Lage auf die Füße oder gemauerten Pfeiler einpassen könne.

In den Gruben sollen auf den Kreutzgestängen in den Feldorten u. d. gl. feste Punkte bey dem Verziehen bestimmet werdeu, damit man bey dem Nachziehen der neugeöffneten oder ausgefahrenen Strecken genau dort wieder mit der Arbeit ansetzen könne, wo vor der Zeit aufgehöret worden. Die Arbeiten sollen, wo möglich, immer mit einerley Werkzeugen fortgesetzet, und bey jeder Arbeit die Abweichung des Magnetes untersucht werden, damit man, wenn sich hierin einiger Unterschied seit der letzten Arbeit gefunden haben sollte, selben gehörig auszugleichen wisse.

Zu Schonung der Hauptkarten können Kopien in verjüngtem Maaße blos in Betrachtung der Hauptgegenstände, ohne sich an jeden einzelnen Zug ins Besondere zu binden, verfertiget werden, welche zur alltäglichen Einsicht für die Grubenbeamte sehr oft hinreichen können.

Endlich sollen alle Karten, welche nicht aufgespannet bleiben, (man sehe ihren Nutzen für die Zukunft bereits ein, oder nicht) an einem trockenen Orte aufbewahret, und hierüber ein vollständiges Verzeichniß gehalten werden, damit man jede geforderte Karte ohne Mühe zu finden wisse.

Zum Schlusse gebe ich noch in einer Tafel die Bilder jener Gegenstände, welche auf Karten gemeiniglich vorkommen, und erinnere, daß die Taggegend reinlich und blaß auf die Karten getragen werden müße, um den Hauptgegenstand, nämlich den Grubenbau nicht zu sehr zu decken, daß die oberen Läufe mit den leichtesten, die tieferen aber immer mit dunkleren Farben, und zwar so bezeichnet werden, damit in den Durchkreuzungspunkten wegen der Deutlichkeit die untern durch die Farben der obern gedecket werden, und endlich, daß, obgleich die Verzierungen einer Karte zum wesentlichen Zwecke nichts beytragen, sie ihr doch, wie eine schöne Schrift, sehr viel Empfehlung geben.

Gegenstände, welche auf Karten vorkommen, sind folgende: S. Tab. 7.

Nr. 1. Offene Grubenstrecken.

2. Versetzte detto.

3. Verfallene detto.

Nr. 4.

Nr. 4. Schächte im Grundrisse.
5. Detto im Aufrisse.
6. Einfache Schutte und doppelte.
7. Detto im Aufrisse.
8. Detto im Kreutzrisse.
9. Gänge und Klüfte mit und
10. ohne angezeigte Mächtigkeit. NB. Das Liegende der Gänge wird mit kleinen Ringen angezeiget.
11. Zechen.
12. Grubenkünste.
13. Stollenmündungen.
14. Halden.
15. Pingen.
16. Gäpl.
17. Bremsen.
18. Wasserleitungen.
19. Teiche.
20. Häuser.
21. Gebirge.
22. Felsen.
23. Landstraßen.
24. Gemeine Fuhrwege.
25. Steege.
26. Hölzerne und steinerne Brücken.
27. Flüsse, Bäche und Quellen.
28. Felder.
29. Gärten.

Nr. 30. Wein= oder Hopfengärten.
31. Laubwald.
32. Obstbäume.
33. Schwarzwald.
34. Gestrippe.
35. Gränzsteine.
36. Grubenfelder.
37. Hotterungs= und Landschaftsgränzen.
38. Moräste.
39. Wiesen.
40. Hutweiden und wüste Plätze.

Uebung und Fleiß mögen diese Gegenstände nach Belieben verschönern.

Ende.

Druckfehler.

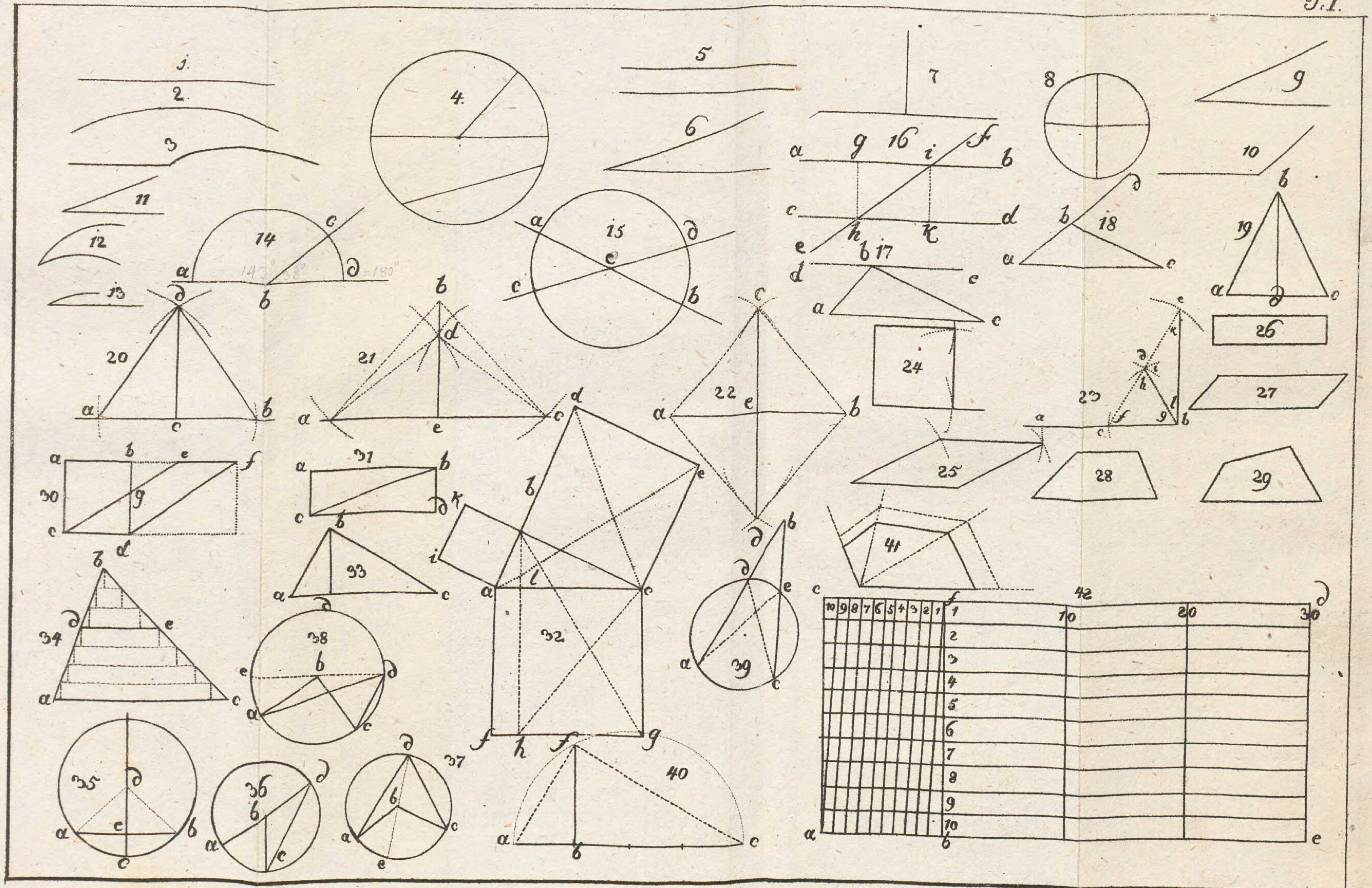
Seite 98 Zeile 5 statt Vierter Aufgabe lies Vierte Aufgabe.

— 119 — 16 — Winkeln lies Winkel.

— 123 — 13 — undeutlich lies undeutlicher.

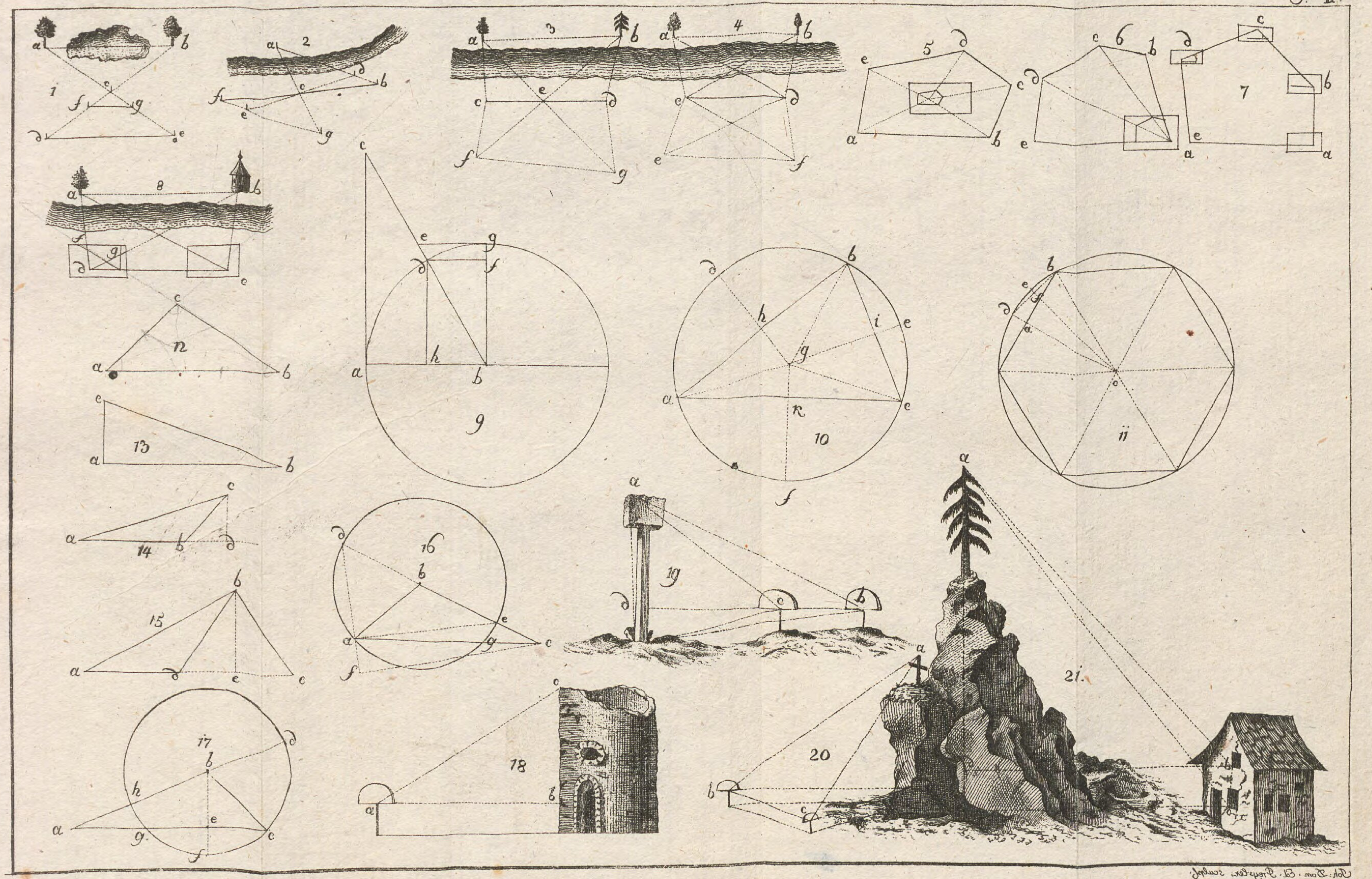
— 131 — 16 — bes lies des.

Bayerische Staatsbibliothek München

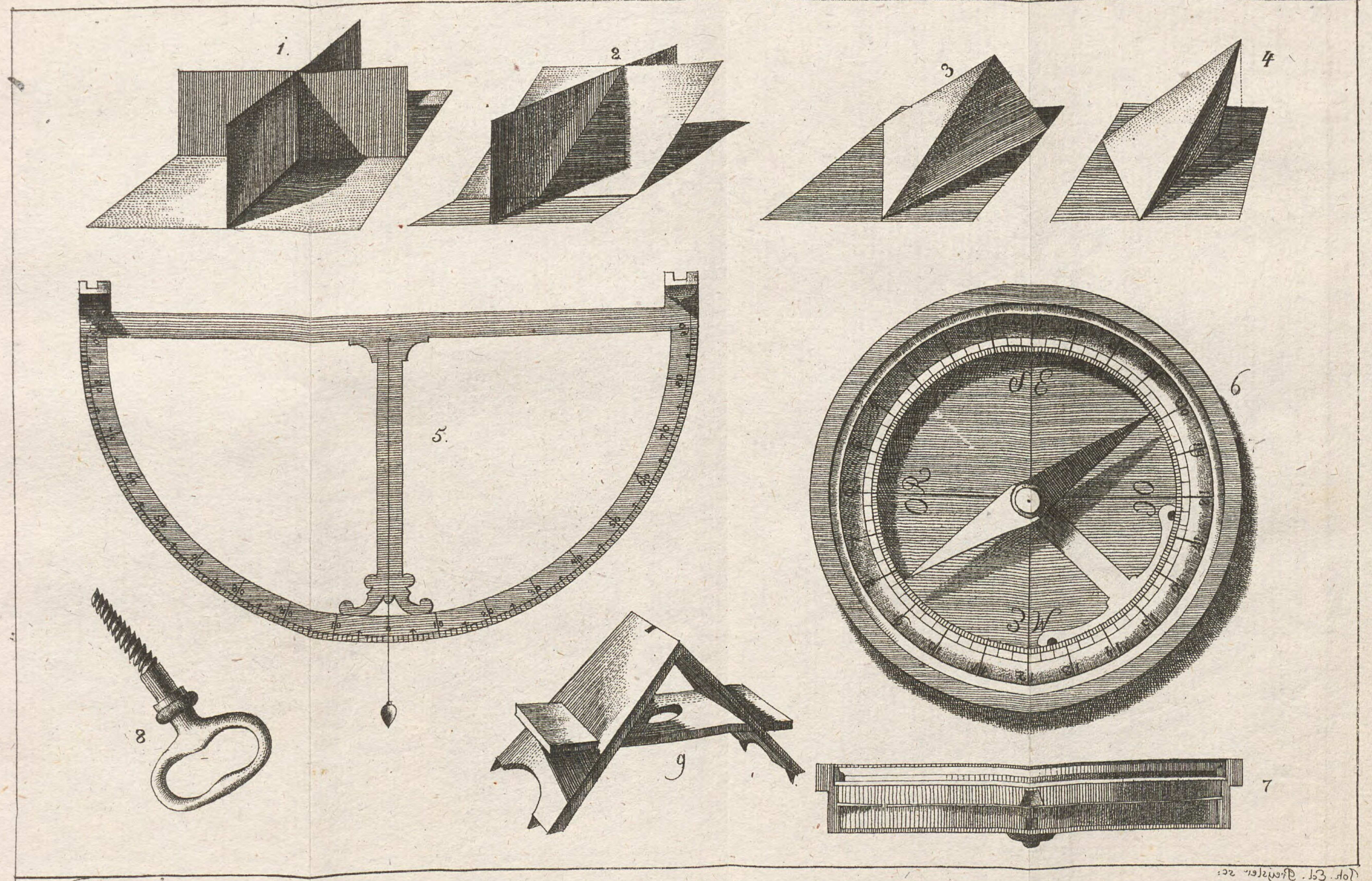


T. I.

T. II.

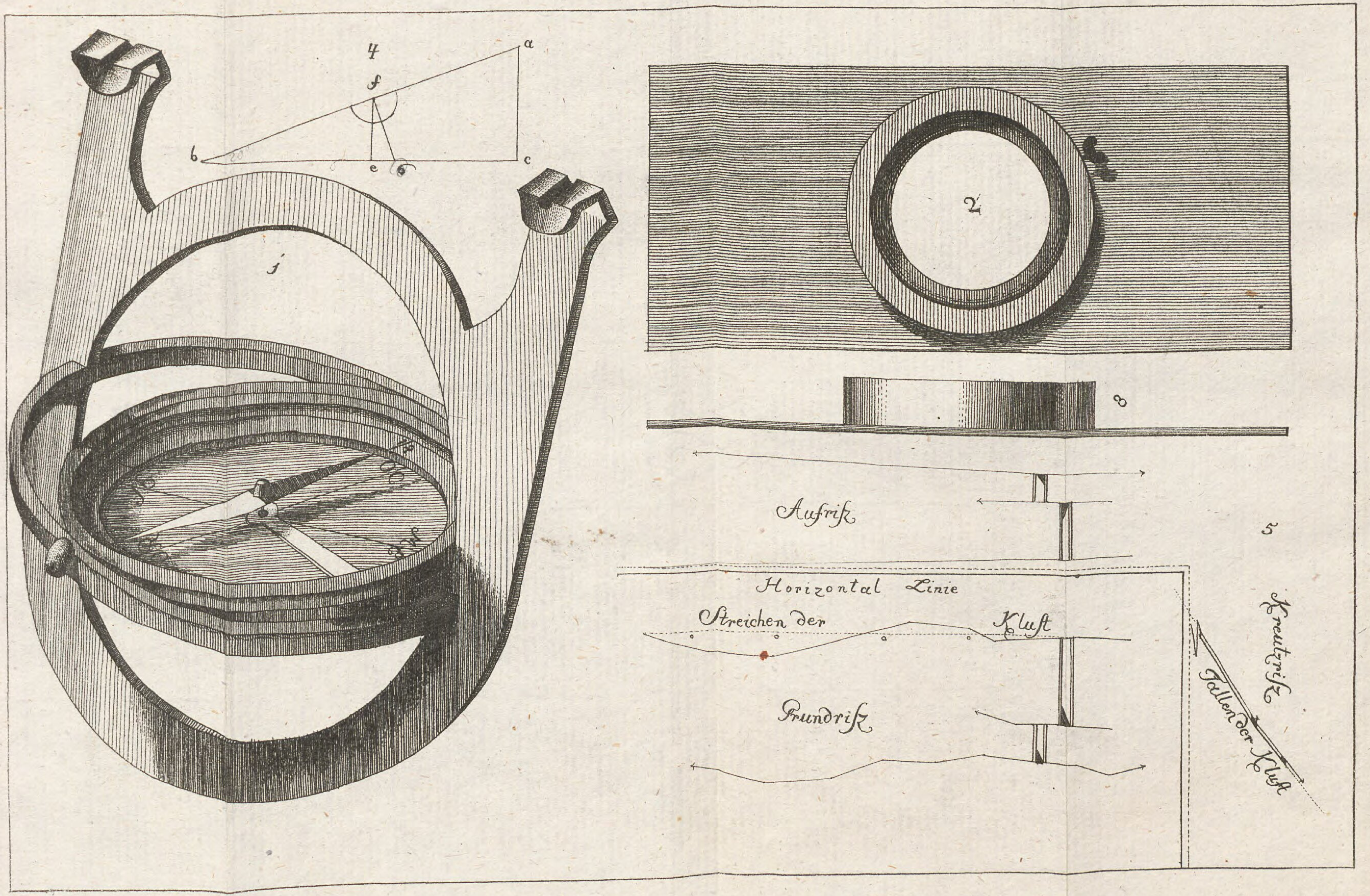


T: III.

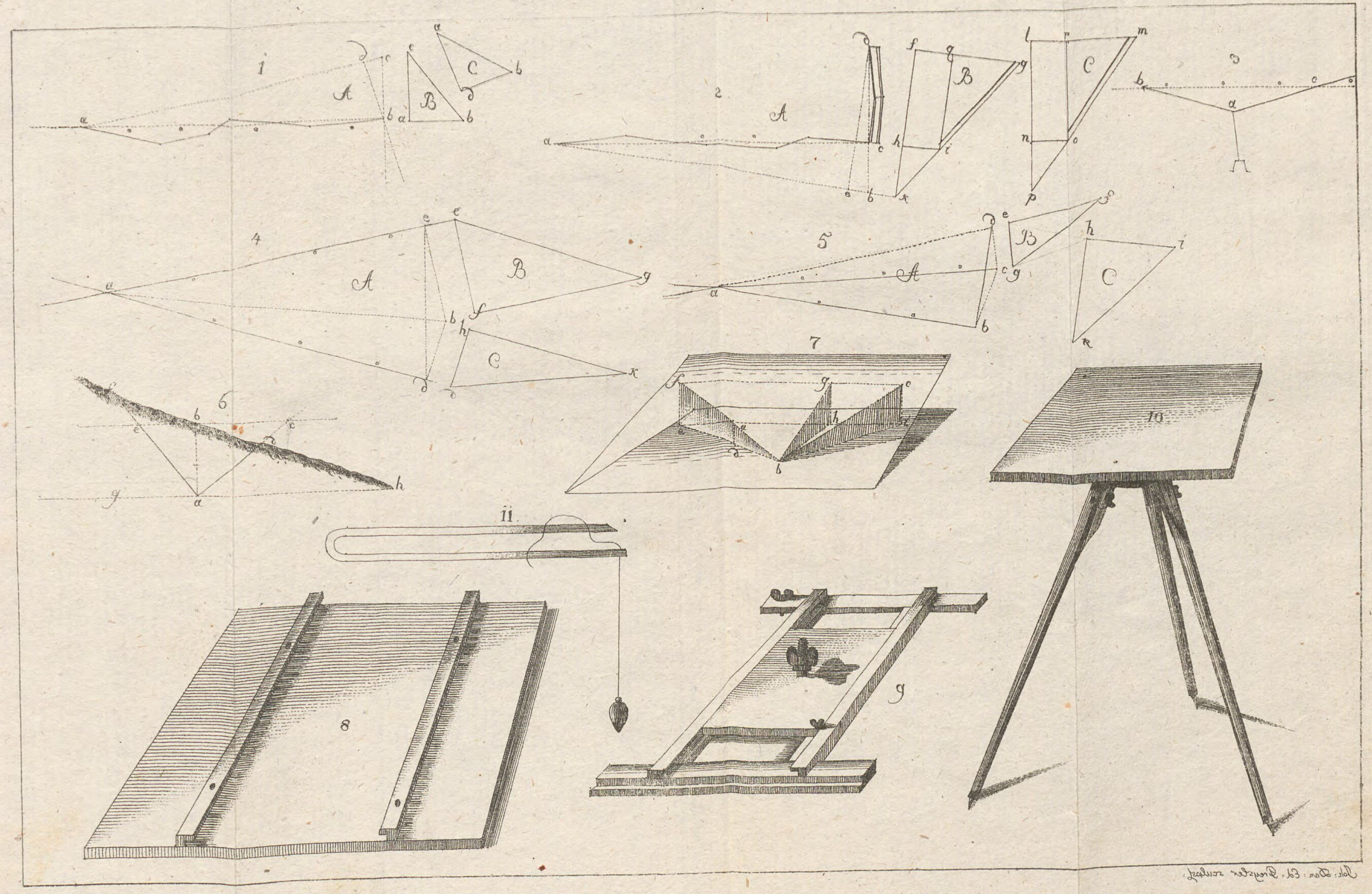


Joh. Ed. Preisler sc:

T: IV

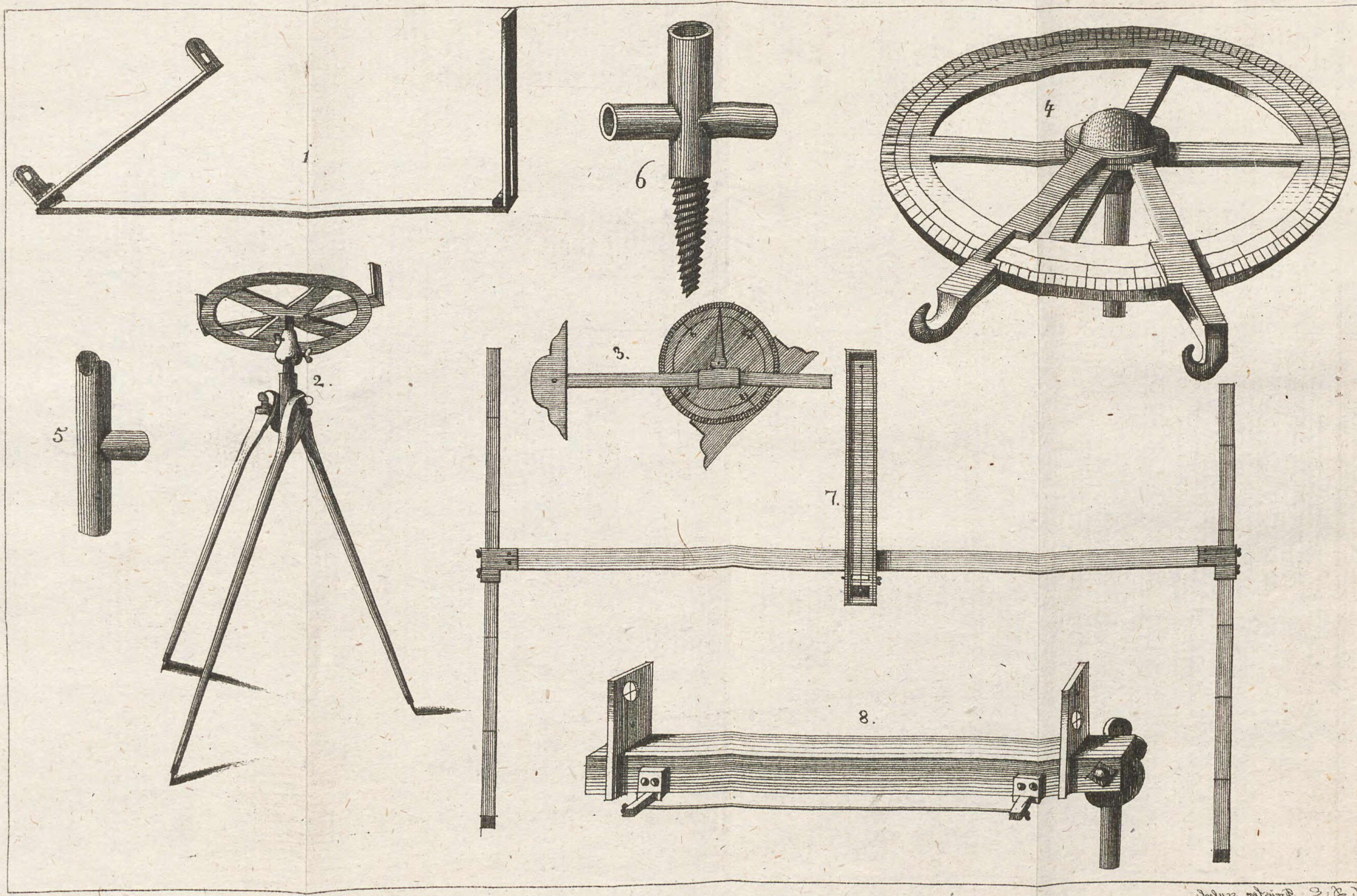

4
a
f
b
e
c
1
2
8
Aufriß
5
Horizontal Linie
Streichen der Kluft
Kreutzriß
Grundriß
Fallen der Kluft

T: V.

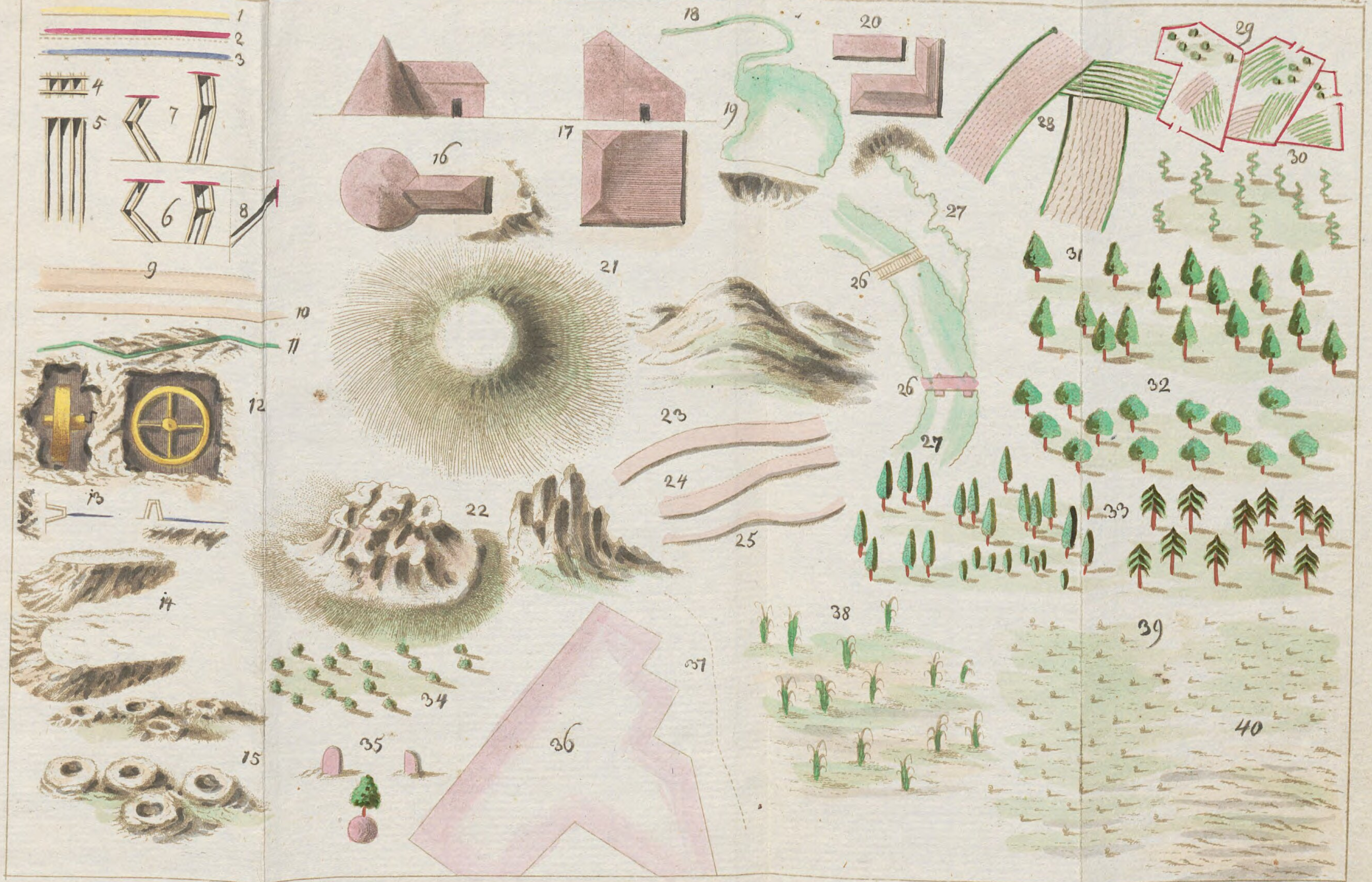


Joh: Don: Ed: Dreyster sculps:

T: VI



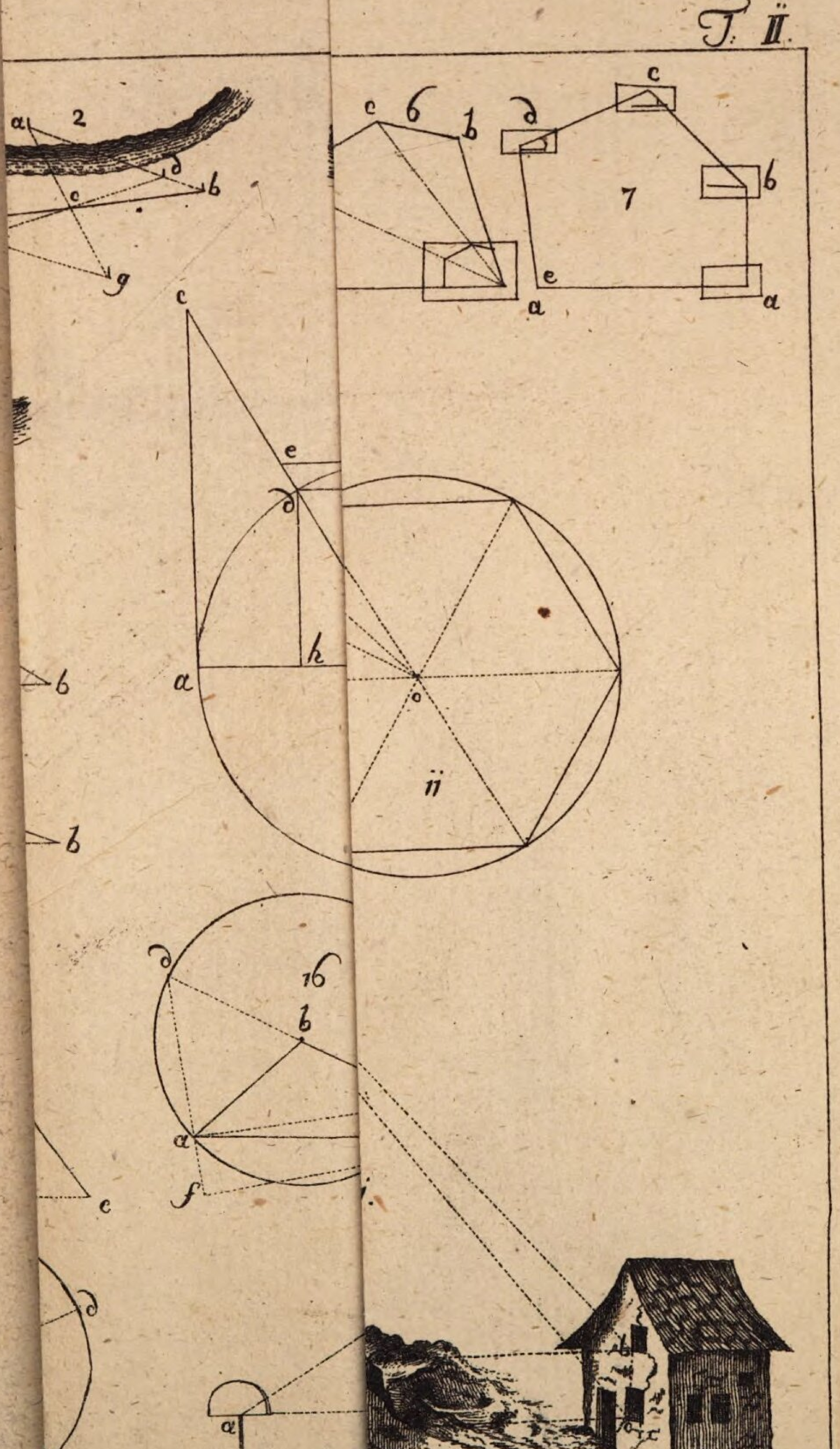
T. VII



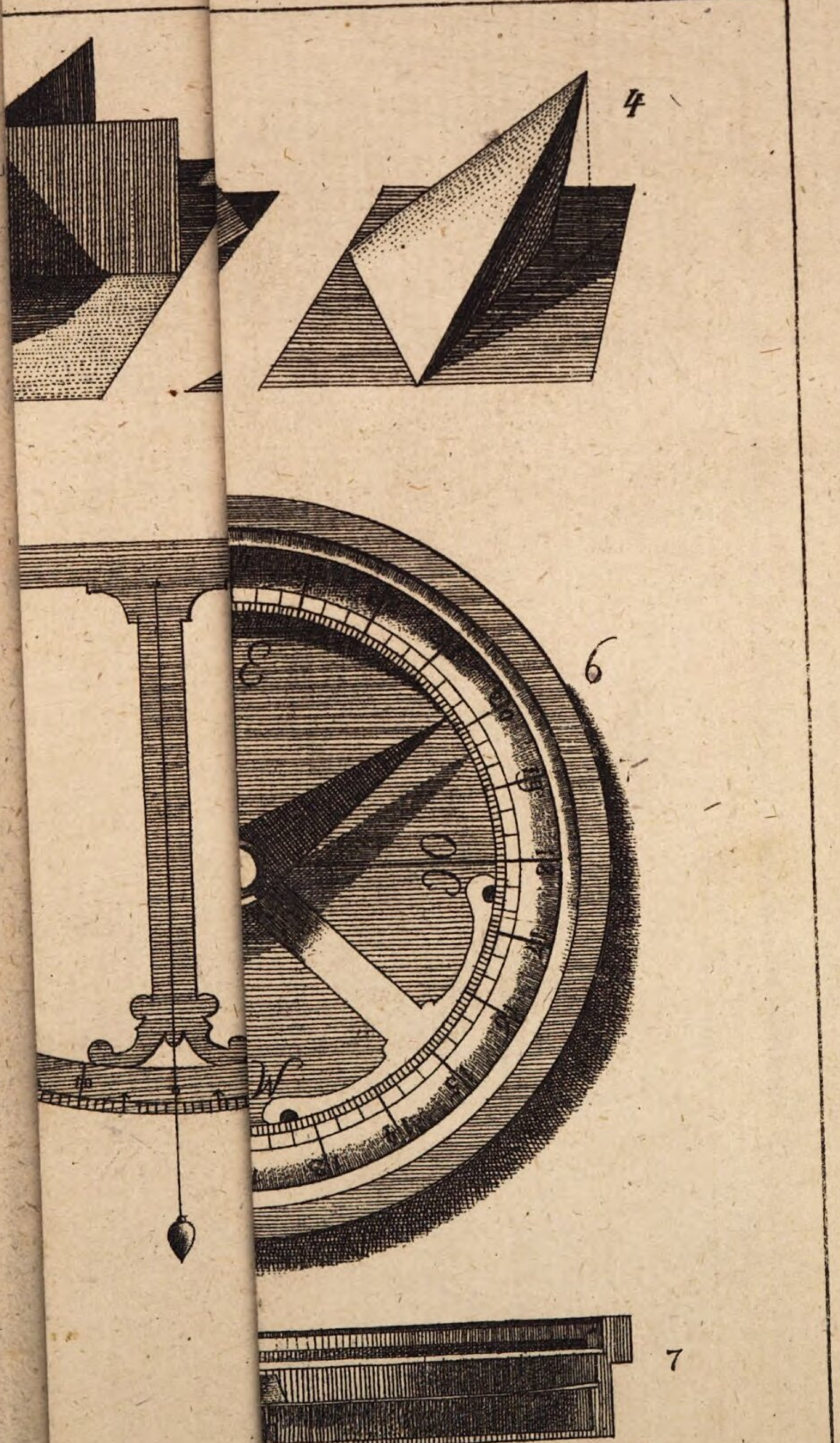
Bayerische
Staatsbibliothek
München

3.6.7.8 3 / 375
0.9.8
294
738
98
686
5 2 3
5
98

Psalter 50
Gulden 12

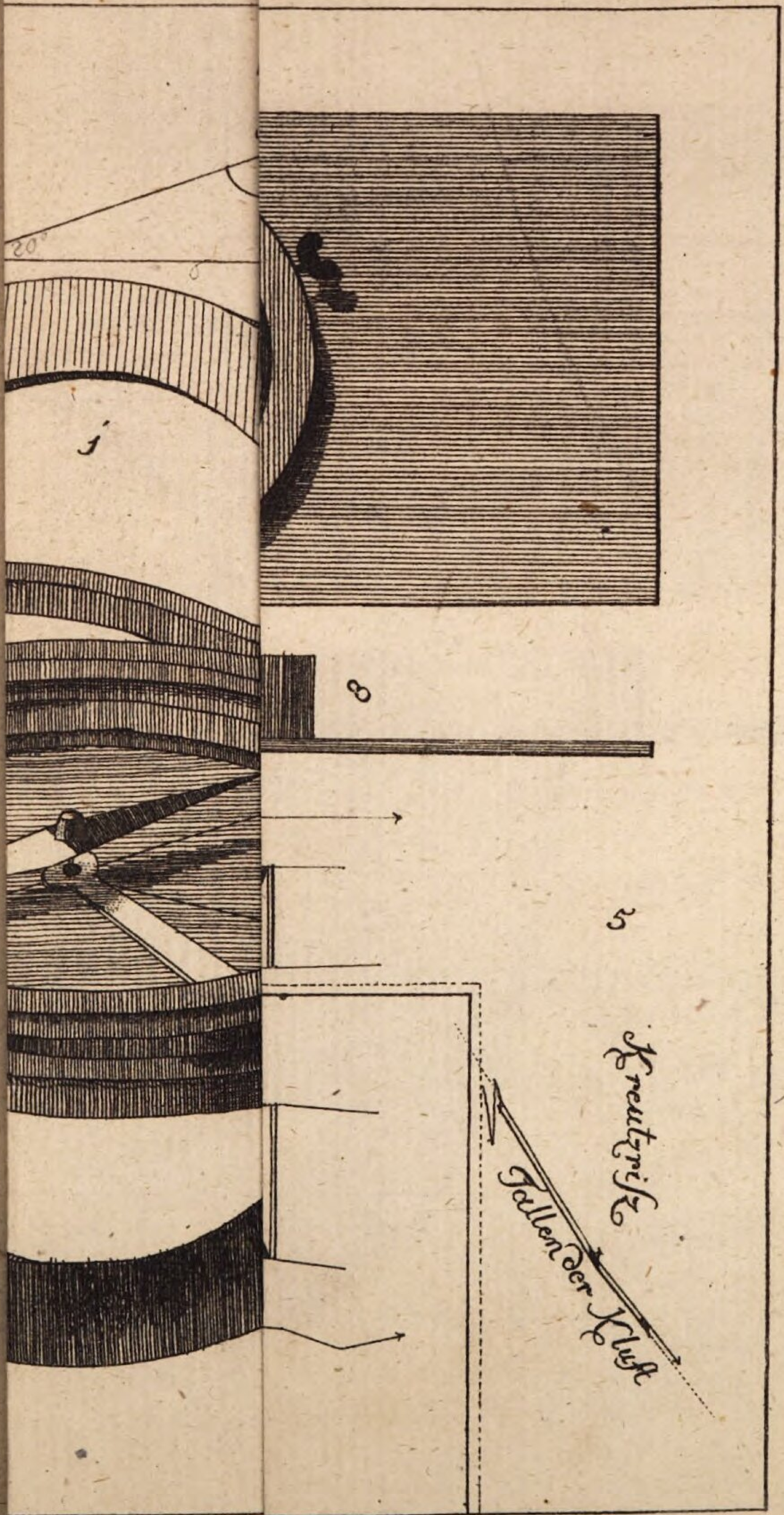

T. II

T: III.

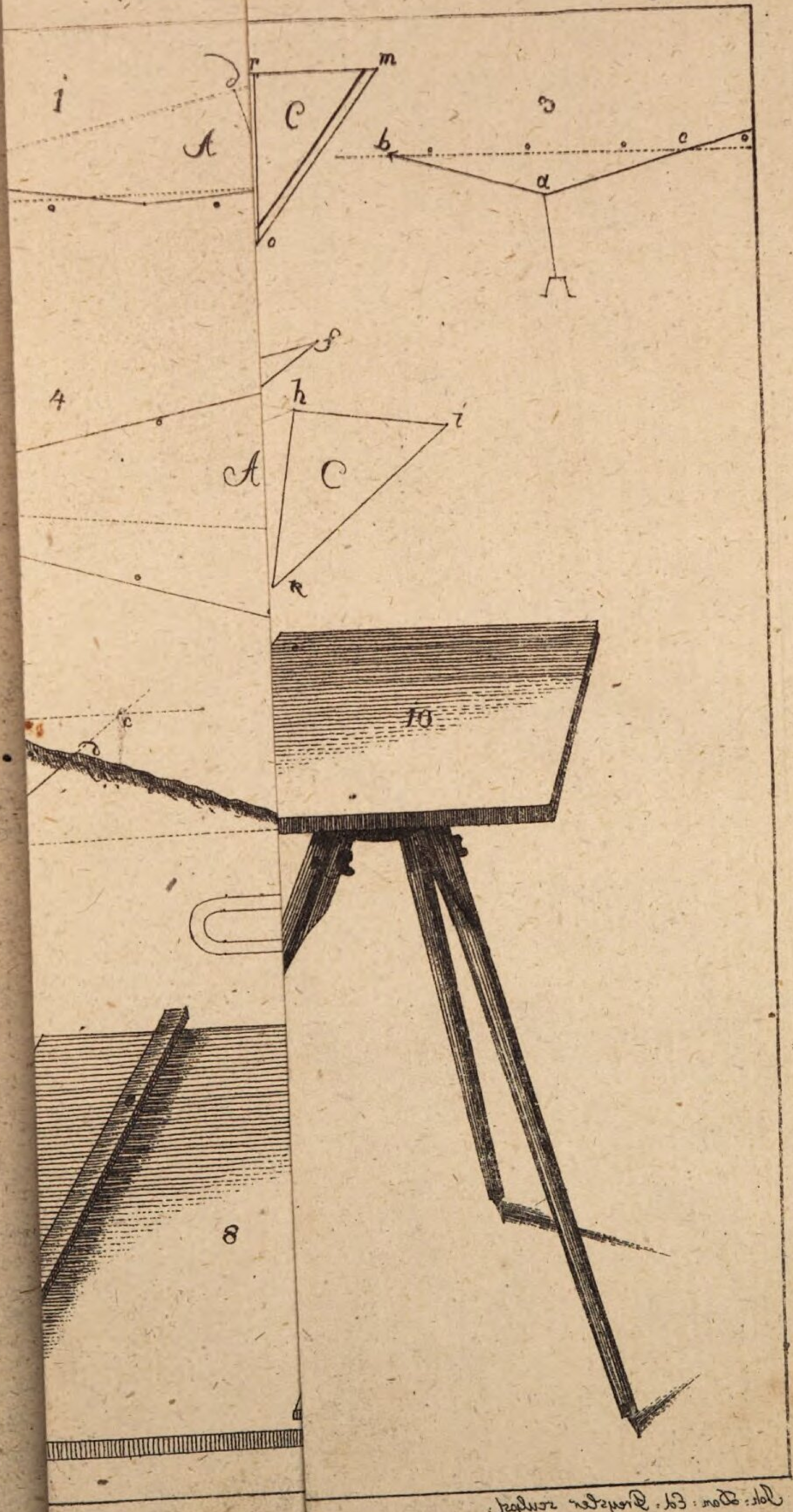


Joh. Ed. Preisler sc:

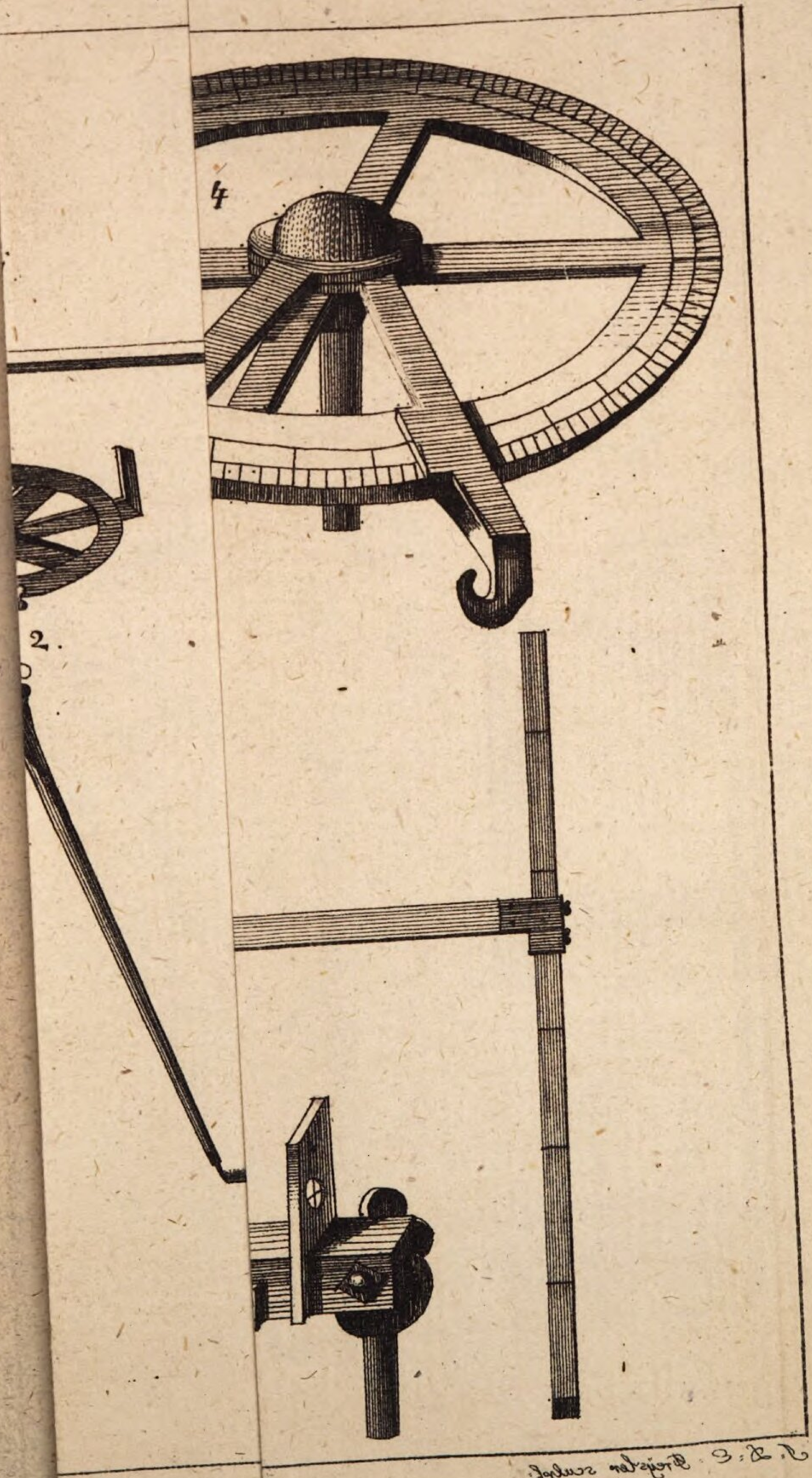
T: IV



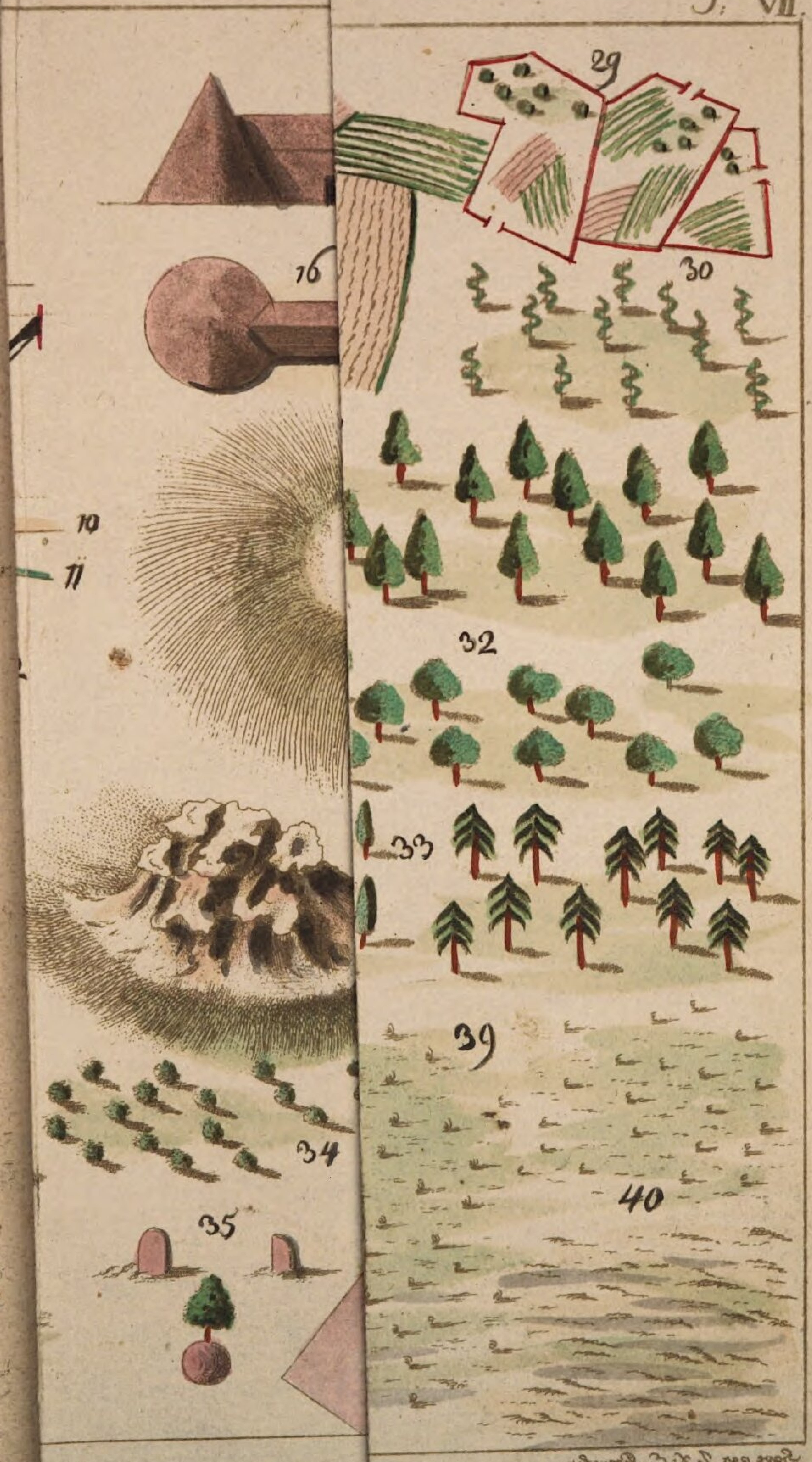
T. V.



T: VI



T. VII



Bayerische
Staatsbibliothek
München

36783 / 375
098
294
738
98
686
523
98

Inaltis 50
[illegible] 12

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Möhling, Johann, / Preysler, Joh. Dan. Ed. / Möhling, Johann.

Anleitung zur Markscheidekunst

Wien 1793

BHS II K 52
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10708139-6
VD18 15258505